Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Διπλωματικη εργασία

Βελτιστοποίηση προσφορών παραγωγών σε αγορές ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας μέσω προσθήκης επίπεδων τομών

Φοιτητής

Μπέμπελος Απόστολος

Επιβλέπων καθηγητής

Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης

ΒΟΛΟΣ 2016

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Κοζανίδης Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής (επιβλέπων καθηγητής)

Λυμπερόπουλος Γεώργιος, Καθηγητής

Σαχαρίδης Γεώργιος, Επίκουρος Καθηγητής

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διπλωματική εργασία που ακολουθεί αντιμετωπίζει το πρόβλημα της εύρεσης των βέλτιστων προσφορών προς υποβολή ενός παραγωγού ενέργειας που συμμετέχει σε μια αγορά ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας πολλαπλών περιόδων λειτουργίας. Ο παραγωγός θεωρείται ότι έχει πλήρη γνώση των παραμέτρων της αγοράς, δηλαδή της ζήτησης για ενέργεια και των προσφορών/στοιχείων-κόστους όλων των άλλων παραγωγών. Το πρόβλημα είναι μορφοποιημένο ως ένα μικτό ακέραιο μοντέλο διεπίπεδου (bilevel) προγραμματισμού. Στο ανώτερο επίπεδο βρίσκεται ο παραγωγός που θέλει να μεγιστοποιήσει το προσωπικό του κέρδος, και στο κατώτερο επίπεδο βρίσκεται ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (Independent System Operator) που κάνει εκκαθάριση της αγοράς και καθορίζει την ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει ο κάθε συμμετέχων παραγωγός, έτσι ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση για ενέργεια στο ελάχιστο συνολικό κόστος βάσει των υποβληθεισών προσφορών. Το μοντέλο χρησιμοποιεί διακριτές μεταβλητές για να παραστήσει την κατάσταση λειτουργίας των μονάδων παραγωγής και για τη μοντελοποίηση της εκκίνησης των μονάδων αυτών, το οποίο απαγορεύει την εφαρμογή παραδοσιακών μεθοδολογιών για την επίλυση του προβλήματος, όπως είναι η αντικατάσταση του κάτω προβλήματος με τις πρώτης τάξης συνθήκες βελτιστότητάς του. Αναπτύσσεται ένας ακριβής αλγόριθμος για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος που χρησιμοποιεί σημαντικά ευρήματα από τη θεωρία του μικτού ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού. Ο αλγόριθμος αυτός συμβάλει σημαντικά στη μείωση του υπολογιστικού χρόνου επίλυσης σε σχέση με τα προϋπάρχοντα μοντέλα. Στη συνέχεια επιδεικνύεται η εφαρμογή του σε μια μικρή μελέτη περίπτωσης.

// ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα αποτελεί τη Διπλωματική εργασία στα πλαίσια ολοκλήρωσης του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Σύγχρονες Μέθοδοι Σχεδιασμού και Ανάλυσης στη Βιομηχανία» του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών στην κατεύθυνση της Οργάνωσης Παραγωγής και Βιομηχανικής Διοίκησης.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Γεώργιο Κοζανίδη για την παρότρυνσή του να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα, την άριστη συνεργασία μας και την πολύτιμη καθοδήγησή του σε κάθε στάδιο της παρούσας Διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους Καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και κ. Γεώργιο Σαχαρίδη που δέχτηκαν να είναι μέλη της τριμελούς επιτροπής αξιολόγησης της παρούσας.

Και τέλος, επειδή σε κάθε ταξίδι δεν έχει σημασία μόνο ο προορισμός αλλά και η διαδρομή, θέλω να ευχαριστήσω όλους αύτους τους υπέροχους ανθρώπους που είναι καθημερινά γύρω μου και ομορφαίνουν τον κόσμο μου. Και περισσότερο απ' όλους την οικογένειά μου για την υποστήριξή και τη βοήθειά τους στη συνολική πορεία μου έως τώρα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΛΙΣΤΑ ΑΚΡΩΝΥΜΙΩΝ

MM1: Μαθηματικό Μοντέλο 1

MM1T: Μαθηματικό Μοντέλο 1 Τελικό

MM2: Μαθηματικό Μοντέλο 2

MM2T: Μαθηματικό Μοντέλο 2 Τελικό

ISO: Ανεξάρτητος Διαχειριστής του Συστήματος (Independent System Operator)

ISOP: Πρόβλημα του Ανεξάρτητου Διαχειριστή του Συστήματος (Independent System Operator's Problem)

SEP: Στρατηγικός Παραγωγός Ενέργειας (Strategic Energy Producer)

SEPP: Πρόβλημα του Στρατηγικού Παραγωγού Ενέργειας (Strategic Energy Producer's Problem)

SMP: Οριακή Τιμή εκκαθάρισης του Συστήματος (System Marginal Price)

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται η περιγραφή του προβλήματος και η παρουσίαση των δεδομένων του. Στο δεύτερο κεφάλαιο λαμβάνει χώρα η ανασκόπηση των επιστημονικών δημοσιεύσεων που σχετίζονται με το πρόβλημα και την προσπάθεια εύρεσης / προσέγγισης της βέλτιστης λύσης του. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται η μορφοποίηση του προβλήματος, μέσω της ανάπτυξης δύο μαθηματικών μοντέλων και της περιγραφής τους, καθένα από τα οποία αφορά ένα διαφορετικό τρόπο αποζημίωσης των παραγωγών από το σύστημα. Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύσσεται η μεθοδολογία επίλυσης. Στο πέμπτο γίνεται η εφαρμογή του προτεινόμενου αλγόριθμου σε ένα μικρό παράδειγμα 4 παραγωγών για 4 περιόδους λειτουργίας. Στο έκτο κεφάλαιο υπάρχει ο επίλογος και κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα. Τέλος κλείνει η εργασία με παράθεση παραρτήματος με τις αναγκαίες επεξηγήσεις πάνω στη μαθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε.

1.1 Περιγραφή του προβλήματος

Τα μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού δύο επιπέδων προκύπτουν στο πλαίσιο εφαρμογής διαφόρων διεπιστημονικών πεδίων, όπως ο γεωργικός σχεδιασμός, η χάραξη της πολιτικής της κυβέρνησης, ο οικονομικός προγραμματισμός, η χρηματοοικονομική διαχείριση, η βελτιστοποίηση πολεμικών επιχειρήσεων, ο σχεδιασμός των μεταφορών, η βέλτιστη τιμολόγηση, ο οικολογικός προγραμματισμός, ο χημικός σχεδιασμός, ο προγραμματισμός της παραγωγής, η βέλτιστη κατανομή των πόρων κλπ (Dempe [1]). Αυτή η ευρεία εφαρμογή σε συνδυασμό με τη δυσκολία λύσης που έχουν τα προγράμματα δύο επιπέδων, έχει παρακινήσει τους ερευνητές να αναπτύξουν εξειδικευμένες αλγοριθμικές μεθόδους για την επίλυσή τους. Αν και αυτό κατέστησε τη σχετική περιοχή έρευνας πολύ ενεργή, καμία από τις γενικές μεθοδολογίες επίλυσης που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα δεν είναι σε θέση να εξυπηρετήσει τα μοντέλα προγραμματισμού δύο επιπέδων.

Η απελευθέρωση των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας είναι μια σημαντική οικονομική εξέλιξη που έχει συμβεί σε πολλές χώρες παγκοσμίως τα τελευταία χρόνια. Παρόλο που οι συγκεκριμένοι σχεδιασμοί των αγορών που έχουν υιοθετηθεί από διάφορες χώρες ποικίλουν σημαντικά, πολλές από τις βασικές αρχές παραμένουν ως επί το πλείστον οι ίδιες. Οι περισσότεροι σχεδιασμοί έχουν θεσπίσει μία χονδρική και μία λιανική αγορά ηλεκτρικής ενέργειας που λειτουργούν σε μακροπρόθεσμους και βραχυπρόθεσμους χρονικούς ορίζοντες. Κάθε μονάδα που συμμετέχει χαρακτηρίζεται από το τεχνικό της ελάχιστο και μέγιστο και από τα κόστη εκκίνησης και παραγωγής, και καλείται να υποβάλλει μια προσφορά για την ποσότητα ενέργειας που θα προσφέρει στο σύστημα. Στο επίπεδο του ημερήσιου προγραμματισμού της χονδρικής αγοράς ηλεκτρικής ενέργειας, οι παραγωγοί υποβάλλουν ελεύθερα προσφορές (οι οποίες συνήθως υπόκεινται σε κάποιο κατώτατο και ανώτατο όριο) για την παραγωγή ενέργειας. Με τα τεχνικά χαρακτηριστικά και τις προσφορές των μονάδων γνωστά, ένας ανεξάρτητος διαχειριστής του συστήματος (ISO), κάνει εκκαθάριση της αγοράς κατανέμοντας ποσότητες ενέργειας στους συμμετέχοντες παραγωγούς, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος που απαιτείται για την ικανοποίηση της ζήτησης για ενέργεια, βάσει των υποβληθεισών προσφορών.

Στην παρούσα εργασία, εξετάζουμε το πρόβλημα από την σκοπιά ενός στρατηγικού παραγωγού που συμμετέχει σε μια αγορά προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας πολλών περιόδων λειτουργίας, στην οποία η εκκίνηση λειτουργίας και η ποσότητα ενέργειας των μονάδων παραγωγής καθορίζονται από έναν ISO. Υποθέτοντας ότι ο παραγωγός αυτός έχει πλήρη γνώση των παραμέτρων της αγοράς (της ζήτησης για ενέργεια και των προσφορών/στοιχείων-κόστους όλων των άλλων παραγωγών), μελετούμε το πρόβλημα της επιλογής της βέλτιστης τιμής-προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού για κάθε μονάδα ενέργειας που παρέχει στο σύστημα. Εδώ, η λέξη βέλτιστη αφορά το γεγονός ότι μετά την εκκαθάριση της αγοράς από τον ISO, το κέρδος που θα έχει ο στρατηγικός παραγωγός πρέπει να είναι το μέγιστο δυνατό.

Διατυπώνουμε το πρόβλημα ως ένα μικτό ακέραιο μοντέλο βελτιστοποίησης δύο επιπέδων, με τον στρατηγικό παραγωγό να μεγιστοποιεί το κέρδος του, στο ανώτερο επίπεδο, και τον ISO να κάνει εκκαθάριση της αγοράς με το ελάχιστο συνολικό κόστος του συστήματος, βάσει των υποβληθεισών προσφορών, στο κατώτερο επίπεδο. Αξιοποιώντας σημαντικά ευρήματα από τη θεωρία του ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού, αναπτύσσεται ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος που βρίσκει την συνολική βέλτιστη λύση του προβλήματος. Η συμβολή της παρούσας εργασίας είναι διττή. Από τη μία, μπορεί να βοηθήσει τους στρατηγικούς παραγωγούς στην ανάπτυξη προσφορών προς υποβολή που θα μεγιστοποιήσουν το ατομικό τους κέρδος. Από την άλλη, επιτρέπει στους εκάστοτε ISO την ανίχνευση πιθανών αθέμιτων μεθόδων χειραγώγησης των τιμών εκκαθάρισης της αγοράς από τους μεμονωμένους παραγωγούς και την κατασκευή κανόνων που θα τους αποτρέψουν.

1.2 Δεδομένα του προβλήματος

Για την κατανόηση του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα παράδειγμα με 4 παραγωγούς-μονάδες ηλεκτρικής ενέργειας και 4 χρονικές περιόδους λειτουργίας. Κάθε μονάδα παραγωγής έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά λειτουργίας, που είναι τα παρακάτω.

- Το σταθερό κόστος εκκίνησης: Είναι το κόστος της πρώτης λειτουργίας μίας μονάδας μετά από μία ή περισσότερες περιόδους κατά τις οποίες ήταν ανενεργή.
- Το τεχνικό ελάχιστο / μέγιστο: Είναι η ελάχιστη / μέγιστη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να παράγει η κάθε μονάδα μέσα σε μία περίοδο λειτουργίας.

Επιπλέον, το σύστημα - ISO έχει και αυτό κάποιες παραμέτρους λειτουργίας, που είναι οι εξής:

- η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας σε κάθε περίοδο λειτουργίας,
- και η ελάχιστη / μέγιστη προσφορά-τιμή που μπορεί να δώσει ο κάθε παραγωγός στον ISO.

Το πρόβλημα εξετάζεται από την σκοπιά του πρώτου παραγωγού (στρατηγικός παραγωγός). Ο στρατηγικός παραγωγός γνωρίζει, εκτός από τα παραπάνω χαρακτηριστικά των μονάδων παραγωγής και τις παραμέτρους του συστήματος, επιπλέον και τις προσφορές των υπολοίπων παραγωγών για κάθε περίοδο λειτουργίας.

Ο στρατηγικός παραγωγός θέλει να μεγιστοποιήσει το κέρδος του, στο ανώτερο επίπεδο του προβλήματος, δίνοντας την βέλτιστη δυνατή τιμή-προσφορά στον ISO, ο οποίος θα κάνει εκκαθάριση της αγοράς κατανέμοντας ποσότητες ενέργειας στους συμμετέχοντες παραγωγούς, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος που απαιτείται για την ικανοποίηση της ζήτησης για ενέργεια, βάσει των υποβληθεισών προσφορών, στο κατώτερο επίπεδο του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Ένα σημαντικό κομμάτι της σχετικής έρευνας έχει αντιμετωπίσει το πρόβλημα της ανάπτυξης βέλτιστων στρατηγικών υποβολής προσφορών για παραγωγούς ενέργειας οι οποίοι συμμετέχουν σε μία αγορά ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας. Πολλές από τις δημοσιευμένες εργασίες (π.χ., Garcia-Martos et al. [2]) προτείνουν μεθόδους πρόβλεψης για την πρόγνωση της τιμής εκκαθάρισης της αγοράς, δεδομένου ότι το κέρδος του κάθε παραγωγού εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από την τιμή αυτή. Άλλοι συγγραφείς (π.χ., Ragupathi and Das [3]) έχουν αναπτύξει στοχαστικά μοντέλα προγραμματισμού, προκειμένου να αντιμετωπίσουν τις αβεβαιότητες που παρουσιάζουν ορισμένες από τις παραμέτρους του προβλήματος. Στη σύντομη επισκόπηση της βιβλιογραφίας που ακολουθεί, εστιάζουμε την προσοχή μας σε διεπίπεδα μοντέλα προγραμματισμού που έχουν αναπτυχθεί για βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς οι συγκεκριμένες εργασίες συνδέονται πιο στενά με την παρούσα.

Οι περισσότεροι συγγραφείς που έχουν αναπτύξει διεπίπεδα μοντέλα προγραμματισμού για βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών σε αγορές ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούν είτε μια κατάλληλη αναδιατύπωση του προβλήματος, είτε μια ευρετική διαδικασία, για την επίλυσή του. Οι Weber and Overbye [4] ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης που μεγιστοποιεί την ευημερία και πρότειναν έναν επαναληπτικό αλγόριθμο αναζήτησης για την επίλυσή του. Χρησιμοποίησαν επίσης τον αλγόριθμο αυτόν για τον προσδιορισμό σημείων ισορροπίας Nash. Οι Gountis and Bakirtzis [5] και Fampa et al. [6] ανέπτυξαν διεπίπεδα στοχαστικά μοντέλα βελτιστοποίησης για το ίδιο πρόβλημα. Στην πρώτη εργασία, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν προσομοίωση Monte-Carlo και γενετικούς αλγόριθμους για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, ενώ στη δεύτερη, οι συγγραφείς χρησιμοποίησαν μία ευρετική διαδικασία και μία μεικτή ακέραια αναδιατύπωση του προβλήματος. Μεταξύ άλλων, οι Pereira et al. [7], Barroso et al. [8], Bakirtzis et al. [9] και Ruiz and Conejo [10] ανέπτυξαν διεπίπεδα μοντέλα βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν τις συνθήκες βελτιστότητας πρώτης τάξης του κάτω προβλήματος προκειμένου να μετατρέψουν αυτά τα μοντέλα σε μαθηματικά προβλήματα με περιορισμούς ισορροπίας. Τα προκύπτοντα μη γραμμικά προβλήματα μετατράπηκαν στη συνέχεια σε μεικτά ακέραια γραμμικά προβλήματα μέσω κατάλληλων μορφοποιήσεων και επιλύθηκαν μέσω γενικών λογισμικών βελτιστοποίησης. Οι Li et al. [11] ανέπτυξαν επίσης ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και το χρησιμοποίησαν για την αναζήτηση σημείων ισορροπίας Nash. Οι Hu and Ralph [12] εξέτασαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο μετέτρεψαν σε ένα μαθηματικό πρόγραμμα με περιορισμούς ισορροπίας. Στη συνέχεια, απέδειξαν ικανές συνθήκες για αμιγούς-στρατηγικής (pure-strategy) σημεία ισορροπίας Nash.

Οι Hobbs et al. [13] ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν έναν αλγόριθμο ποινής εσωτερικών σημείων (penalty interior point algorithm) για την επίλυσή του. Οι Li and Shahidehpour [14] ανέπτυξαν ένα διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης και χρησιμοποίησαν συναρτήσεις ευαισθησίας και μια πρωτεύουσα-δυϊκή μεθοδολογία εσωτερικών σημείων (primal-dual interior point method) προκειμένου να το επιλύσουν. Οι Ma et al. [15] και Zhang et al. [16] ανέπτυξαν επίσης διεπίπεδα μοντέλα προγραμματισμού, και πρότειναν τεχνικές τύπου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (particle swarm optimization) για την επίλυσή τους. Οι Badri et al. [17] ανέπτυξαν ένα ακόμη διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο λαμβάνει υπόψη του διμερείς συμβάσεις και περιορισμούς μεταφοράς, και το έλυσαν μέσω μιας πρωτεύουσας-δυϊκής μεθοδολογίας εσωτερικών σημείων. Οι Vahidinasab και Jadid [18] ανέπτυξαν ένα μοντέλο βελτιστοποίησης που εξετάζει πολλαπλούς αντικειμενικούς στόχους. Μετά τη χρησιμοποίηση της μεθόδου μειωμένης εφικτής περιοχής ε-constraint (ε-constraint reduced feasible region) για την αντιμετώπιση των πολλαπλών στόχων, αντικατέστησαν το πρόβλημα του κάτω επιπέδου με τις πρώτης τάξης συνθήκες βελτιστότητάς του και έλυσαν το πρόβλημα που προέκυψε με γενικό λογισμικό βελτιστοποίησης. Οι Gabriel and Leuthold [19] παρουσίασαν μια διεπίπεδη μαθηματική μορφοποίηση και χρησιμοποιώντας διαζευκτικούς (disjunctive) περιορισμούς και γραμμικοποίηση την αναδιατύπωσαν ως ένα μεικτό ακέραιο γραμμικό πρόβλημα, το οποίο στη συνέχεια έλυσαν με γενικό λογισμικό βελτιστοποίησης.

Όπως φαίνεται παραπάνω, οι περισσότεροι συγγραφείς που αναπτύσσουν διεπίπεδα μοντέλα βελτιστοποίησης για το πρόβλημα που εξετάζουμε χρησιμοποιούν είτε μία κατάλληλη αναδιατύπωσή του και γενικό λογισμικό βελτιστοποίησης για την επίλυσή του, είτε μία ευρετική διαδικασία επίλυσης. Στην παρούσα εργασία, υιοθετούμε μια ελαφρώς διαφορετική προσέγγιση. Πρώτα απ' όλα, χρησιμοποιούμε δυαδικές μεταβλητές για τη μοντελοποίηση της εκκίνησης των μονάδων παραγωγής ενέργειας. Αυτή η επιλογή, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι επιβάλλουμε αυστηρώς θετικά κάτω όρια για τις ποσότητες ενέργειας που οι μονάδες αυτές θα προσφέρουν αν συμμετάσχουν στην αγορά, προσδίδει ισχυρά συνδυαστικές ιδιότητες στο μοντέλο μας, οι οποίες απαγορεύουν τη χρήση συνθηκών βελτιστότητας πρώτης τάξης για την απλοποίηση της μορφοποίησής του. Αντ' αυτού, αναπτύσσουμε μια αλγοριθμική μεθοδολογία, η οποία χρησιμοποιεί σημαντικά αποτελέσματα από τη θεωρία του μεικτού ακέραιου παραμετρικού προγραμματισμού, και είναι σε θέση να βρει την ολικά βέλτιστη λύση του προβλήματος, όταν αυτό τίθεται για περισσότερες από μία περιόδους λειτουργίας.

3 ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ο πολυεπίπεδος προγραμματισμός είναι ένας ειδικός κλάδος του μαθηματικού προγραμματισμού που ασχολείται με προγράμματα των οποίων το εφικτό σύνολο λύσεων καθορίζεται από μία σειρά ένθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Η πιο μελετημένη περίπτωση είναι η περίπτωση των μοντέλων δύο επιπέδων, όπου ένα υποσύνολο των μεταβλητών απόφασης του άνω επιπέδου πρέπει να είναι η βέλτιστη λύση του ένθετου μαθηματικού προβλήματος (κάτω επίπεδο). Το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα παιχνίδι δύο ατόμων με τους δύο ιθύνοντες λήψης αποφάσεων να παίρνουν τις αποφάσεις ιεραρχικά. Ο πρώτος ιθύνων λήψης αποφάσεων (που αναφέρεται ως ηγέτης) ελέγχει ένα υποσύνολο των μεταβλητών απόφασης του προβλήματος, προσπαθώντας να λύσει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που περιλαμβάνει στο σύνολο των περιορισμών του ένα δεύτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης που επιλύεται από τον δεύτερο ιθύνοντα λήψης αποφάσεων (που αναφέρεται ως ακόλουθος), ο οποίος ελέγχει τις υπόλοιπες μεταβλητές απόφασης. Σε γενικές γραμμές, ένα πρόγραμμα δύο επιπέδων είναι μη-κυρτό, και η εξεύρεση του συνολικού βέλτιστου είναι ένα δύσκολο έργο.

Θεωρούμε ένα σύνολο μονάδων παραγωγής που συμμετέχουν σε μια αγορά προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας πολλών περιόδων λειτουργίας (σε ημερήσιο, εβδομαδιαίο ή και άλλο ορίζοντα-βάση λειτουργίας). Οι παραγωγοί ενέργειας υποβάλλουν τιμές-προσφορές (bids) για κάθε περίοδο του προγραμματισμένου ορίζοντα λειτουργίας σε έναν ανεξάρτητο διαχειριστή του συστήματος (ISO, δεύτερος ιθύνων λήψης αποφάσεων - ακόλουθος) που κάνει εκκαθάριση της αγοράς και καθορίζει την εκκίνηση και την ποσότητα ενέργειας της κάθε μονάδας παραγωγής, διασφαλίζοντας ότι η συνολική ζήτηση ενέργειας ικανοποιείται με το ελάχιστο συνολικό κόστος για το σύστημα, βάσει των υποβληθεισών προσφορών. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά της κάθε μονάδας παραγωγής (ελάχιστο και μέγιστο παραγωγής), καθώς και το κόστος εκκίνησης είναι σταθερά και γνωστά στον ISO. Αφού προσδιοριστεί η ποσότητα ενέργειας για κάθε παραγωγό, υιοθετείται ένα σύστημα πληρωμών εκκαθάρισης που αποζημιώνει κάθε συμμετέχοντα παραγωγό, με την πλήρη καταβολή του κόστους εκκίνησής του και την τιμή εκκαθάρισης της αγοράς για κάθε MWh που αυτός παρέχει στο σύστημα.

Η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς μπορεί να είναι σύμφωνα με έναν πρώτο τρόπο αποζημίωσης η ακριβής τιμή προσφοράς που υποβάλλεται από τον αντίστοιχο παραγωγό (*pay-as-bid*) ή η ίδια για όλους τους παραγωγούς, σύμφωνα με έναν δεύτερο τρόπο αποζημίωσης με βάση την οριακή τιμή του συστήματος (*uniform – System Marginal Price*). Στην δεύτερη περίπτωση, η τιμή εκκαθάρισης είναι γνωστή ως οριακή τιμή του συστήματος, δεδομένου ότι αντιπροσωπεύει το οριακό κόστος για την ενέργεια, δηλαδή το επιπλέον κόστος που πρέπει να καταβληθεί, όταν η ζήτηση αυξάνεται κατά 1 MWh.

Κάθε παραγωγός αντιμετωπίζει το πρόβλημα της επιλογής της βέλτιστης τιμής προσφοράς που ο ίδιος θα πρέπει να υποβάλει στον ISO για κάθε περίοδο λειτουργίας του ορίζοντα προγραμματισμού. Εδώ, ο όρος βέλτιστη αφορά το γεγονός ότι το κέρδος του παραγωγού μετά την εκκαθάριση της αγοράς από τον ISO (που επιθυμεί το μικρότερο δυνατό κόστος) θα πρέπει να είναι το μέγιστο δυνατό. Ακόμη και στη σπάνια περίπτωση που ένας τέτοιος παραγωγός έχει πλήρη ενημέρωση των παραμέτρων της αγοράς (δηλαδή, τα τεχνικά χαρακτηριστικά και τις προσφορές / κόστη όλων των συμμετεχόντων παραγωγών, καθώς και τη ζήτηση για ενέργεια), το πρόβλημα της μεγιστοποίησης του κέρδους που αντιμετωπίζει είναι διεπίπεδο.

3.1 Πρώτος τρόπος αποζημίωσης-εκκαθάρισης: *pay-as-bid*, Μαθηματικό μοντέλο 1 (ΜΜ1)

Πριν την παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου ΜΜ1 δίνεται η ονοματολογία των συνόλων-δεικτών, των μεταβλητών απόφασης και των παραμέτρων του προβλήματος.

Σύνολα:	
I:	Μονάδες παραγωγής, με δείκτη i
T:	Χρονικός ορίζοντας, με δείκτη t

Μεταβλητές απόφασης:	
F	Κέρδος του στρατηγικού παραγωγού στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα (για όλες τις περιόδους λειτουργίας)
f	Κόστος του ISO για την ικανοποίηση της ζήτησης στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα
$p_{1,t}$	Συνεχής ακέραια μεταβλητή που δείχνει την τιμή προσφοράς που δίνει ο στρατηγικός παραγωγός στον ISO, για την ενέργεια που παράγει, τη χρονική περίοδο t
$q_{i,t}$	Συνεχής μεταβλητή που δείχνει την ποσότητα ενέργειας που παράγει ο παραγωγός i τη χρονική περίοδο t
$z_{i,t}$	Δυαδική μεταβλητή (0-1) που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα i παράγει θετική ποσότητα ενέργειας τη χρονική περίοδο t, και 0 αν όχι
$y_{i,t}$	Δυαδική μεταβλητή (0-1) που παίρνει την τιμή 1 αν η κατάσταση της μονάδα i μεταβληθεί

	από εκτός λειτουργίας στην περίοδο $t-1$ σε λειτουργία στην περίοδο t, και 0 αν όχι

Παράμετροι:	
$p_{i,t}$	Τιμή προσφοράς που δίνει ο παραγωγός i στον ISO για την ενέργεια που παράγει τη χρονική περίοδο t
k_i	Τεχνικό μέγιστο του παραγωγού i
m_i	Τεχνικό ελάχιστο του παραγωγού i
P	Ανώτατο όριο της τιμής προσφοράς που θέτει ο ISO για την παραγωγή ενέργειας
c_1	Μοναδιαίο κόστος παραγωγής ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού
s_i	Κόστος εκκίνησης του παραγωγού i
d_t	Ζήτηση ενέργειας τη χρονική περίοδο t

Πίνακας 3-1: Ονοματολογία συνόλων-δεικτών, μεταβλητών απόφασης και παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου ΜΜ1

Το μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού για τον συγκεκριμένο τρόπο αποζημίωσης-εκκαθάρισης (ΜΜ1) είναι το εξής:

$$Max_{p_{1,t}}\ F = \sum_{t=1}^{T} \left(p_{1,t} - c_1\right) * q_{1,t} \tag{3.1}$$

$$\text{s.t.}\ \ c_1 \leq p_{1,t} \leq P, \quad \forall t \tag{3.2}$$

$$p_{1,t}\ \textit{ακέραιες μεταβλητές}, \quad \forall t \tag{3.3}$$

$$(z_{i,t}, q_{i,t}) \in arg\, min_{z_{i,t}, q_{i,t}}\ f = \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{T} \left(p_{i,t} * q_{i,t} + s_i * y_{i,t}\right) \tag{3.4}$$

$$\text{s.t.}\ \ \textstyle\sum_{i=1}^{I} q_{i,t} = d_t, \quad \forall t \tag{3.5}$$

$$m_i * z_{i,t} \leq q_{i,t} \leq k_i * z_{i,t}, \quad \forall i, t \tag{3.6}$$

$$y_{i,t} \geq z_{i,t} - z_{i,t-1}, \quad \forall i, t \tag{3.7}$$

$$z_{i,t}, y_{i,t}\ \textit{δυαδικές μεταβλητές}, \quad \forall i, t \tag{3.8}$$

$$q_{i,t} \geq 0, \quad \forall i, t \tag{3.9}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του ανωτέρου επιπέδου (3.1) μεγιστοποιεί το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού. Το κέρδος αυτό εξαρτάται μόνο από την τιμή προσφοράς $(p_{1,t})$ που έδωσε στον ISO για κάθε χρονική περίοδο (t) του ορίζοντα προγραμματισμού. Το κόστος εκκίνησης δεν περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση (3.1), διότι σύμφωνα με το συγκεκριμένο σύστημα αποζημίωσης-εκκαθάρισης το κόστος αυτό επιβαρύνει τον ISO, ο οποίος θα το πληρώσει στους παραγωγούς. Ο περιορισμός (3.2) καθορίζει ένα κάτω και ένα άνω όριο στις τιμές προσφοράς του κάθε παραγωγού. Το κάτω και το άνω όριο επιβάλλονται από κανόνες της αγοράς, σύμφωνα με τους οποίους η τιμή της προσφοράς δεν μπορεί να είναι χαμηλότερη από το μοναδιαίο κόστος παραγωγής (για την στρατηγική μονάδα παραγωγής c_1) και υψηλότερη από μία δεδομένη τιμή που είναι γνωστή και ως price-cap (P). Ο περιορισμός (3.3) επιβάλλει την ακεραιότητα των μεταβλητών απόφασης $p_{1,t}$. Οι μεταβλητές αυτές δεν είναι κατ’ ανάγκη ακέραιες, και δεν υπάρχει καμία διαφοροποίηση στην μορφοποίση του προβλήματος αν γίνουν συνεχείς. Το πρόβλημα του κατωτέρου επίπεδου (ISOP) ορίζεται από τις σχέσεις (3.4) – (3.9), και λειτουργεί ως περιορισμός για το ανώτερο επίπεδο. Η αντικειμενική συνάρτηση του κατωτέρου επιπέδου (3.4) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος της παρεχόμενης ενέργειας που χρειάζεται για την ικανοποίηση της ζήτησης. Ο περιορισμός (3.5) εξασφαλίζει ότι η ζήτηση για ενέργεια θα ικανοποιηθεί. Ο περιορισμός (3.6) εξασφαλίζει ότι η ποσότητα ενέργειας που θα παράγει η κάθε μονάδα σε κάθε χρονική περίοδο θα είναι στο διάστημα που ορίζουν το τεχνικό ελάχιστό / μέγιστό της, αν η συγκεκριμένη μονάδα λειτουργήσει, και θα είναι μηδενική, αν η μονάδα είναι εκτός λειτουργίας. Ο περιορισμός (3.7) αντιλαμβάνεται τη μεταβολή της κατάστασης λειτουργίας της μονάδας i από κλειστή (εκτός λειτουργίας) στην περίοδο $t-1$ σε ανοιχτή στην περίοδο t, έτσι ώστε να πληρωθεί το κόστος εκκίνησης λειτουργίας της μονάδας αυτής την περίοδο t, που μόλις άνοιξε. Από τον περιορισμό (3.7) προκύπτει ότι απαιτείται η γνώση της κατάστασης λειτουργίας κάθε μονάδας παραγωγής κατά την προηγούμενη χρονική περίοδο πριν την έναρξη του ορίζοντα προγραμματισμού $(z_{i,0})$. Τέλος, ο περιορισμός (3.8) επιβάλλει τη μη-αρνητικότητα των μεταβλητών απόφασης.

3.2 Δεύτερος τρόπος αποζημίωσης-εκκαθάρισης: *smp - uniform*, Μαθηματικό μοντέλο 2 (ΜΜ2)

Πριν την παρουσίαση του μαθηματικού μοντέλου ΜΜ2 για τον ενιαίο τρόπο αποζημίωσης-εκκαθάρισης δίνεται η ονοματολογία των συνόλων-δεικτών, των μεταβλητών απόφασης και των παραμέτρων του προβλήματος.

Σύνολα:	
I:	Μονάδες παραγωγής, με δείκτη i
T:	Χρονικός ορίζοντας, με δείκτη t

Μεταβλητές απόφασης:	
F	Κέρδος του στρατηγικού παραγωγού στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα (για όλες τις περιόδους λειτουργίας)
f	Κόστος του ISO για την ικανοποίηση της ζήτησης στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα
$p_{1,t}$	Συνεχής ακέραια μεταβλητή που δείχνει την τιμή προσφοράς που δίνει ο στρατηγικός παραγωγός στον ISO, για την ενέργεια που παράγει, τη χρονική περίοδο t
$q_{i,t}$	Συνεχής μεταβλητή που δείχνει την ποσότητα ενέργειας που παράγει ο παραγωγός i τη χρονική περίοδο t
$z_{i,t}$	Δυαδική μεταβλητή (0-1) που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα i παράγει θετική ποσότητα ενέργειας τη χρονική περίοδο t, και 0 αν όχι
$y_{i,t}$	Δυαδική μεταβλητή (0-1) που παίρνει την τιμή 1 αν η κατάσταση της μονάδα i μεταβληθεί από εκτός λειτουργίας στην περίοδο $t-1$ σε λειτουργία στην περίοδο t, και 0 αν όχι
smp_t	Συνεχής μεταβλητή που δείχνει την οριακή τιμή εκκαθάρισης του συστήματος από τον ISO τη χρονική περίοδο t
$w_{i,t}$	Δυαδική μεταβλητή (0-1) που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα i τη χρονική περίοδο t παράγει μεγαλύτερη ποσότητα ενέργειας από το τεχνικό της ελάχιστο, και 0 αν όχι
$v_{i,t}$	Δυαδική μεταβλητή (0-1) που παίρνει την τιμή 1 αν η μονάδα i τη χρονική περίοδο t παράγει μικρότερη ποσότητα ενέργειας από το τεχνικό της μέγιστο, και 0 αν όχι

Παράμετροι:	
$p_{i,t}$	Τιμή προσφοράς που δίνει ο παραγωγός i στον ISO για την ενέργεια που παράγει τη χρονική περίοδο t
k_i	Τεχνικό μέγιστο του παραγωγού i
m_i	Τεχνικό ελάχιστο του παραγωγού i
P	Ανώτατο όριο της τιμής προσφοράς που θέτει ο ISO για την παραγωγή ενέργειας
c_1	Μοναδιαίο κόστος παραγωγής ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού
s_i	Κόστος εκκίνησης του παραγωγού i
d_t	Ζήτηση ενέργειας τη χρονική περίοδο t

M	Μεγάλος αριθμός (=10^6)

Πίνακας 3-2 : Ονοματολογία συνόλων-δεικτών, μεταβλητών απόφασης και παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου (MM2)

Το μαθηματικό μοντέλο μικτού ακέραιου διεπίπεδου προγραμματισμού για τον συγκεκριμένο τρόπο αποζημίωσης-εκκαθάρισης (MM2) έχει κάποιους κοινούς περιορισμούς και κοινή αντικειμενική συνάρτηση για το κάτω επίπεδο με το μαθηματικό μοντέλο MM1 που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Συγκεκριμένα, είναι οι σχέσεις (3.2) – (3.9). Παρουσιάζεται παρακάτω η αντίστοιχη αντικειμενική συνάρτηση με αυτή του MM1, για τον τρόπο αποζημίωσης με βάση την οριακή τιμή του συστήματος, (3.10). Οι επιπρόσθετοι περιορισμοί του μαθηματικού μοντέλου MM2 αφορούν τη διαδικασία του προσδιορισμού της οριακής τιμής εκκαθάρισης του συστήματος για κάθε περίοδο (smp_t) από τον ISO, που στην πραγματικότητα είναι η σκιώδης τιμή του περιορισμού της ικανοποίησης της ζήτησης (3.5). Αυτή προσδιορίζεται από τις ακόλουθες κατευθυντήριες γραμμές της αγοράς (μοντελοποιήσεις ακέραιου προγραμματισμού που χρησιμοποιούνται για την επιβολή κανόνων σχεδιασμού της αγοράς) και δείχνουν τις τρεις δυνατές περιπτώσεις για τον προσδιορισμό της οριακής τιμής εκκαθάρισης του συστήματος:

1. Αν υπάρχει μια μονάδα i, της οποίας η παραγόμενη ενέργεια τη χρονική περίοδο t είναι αυστηρά μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου ($m_i < q_{i,t} < k_i$), τότε η σκιώδης τιμή του συστήματος (smp_t) είναι ίση με την τιμή προσφοράς της μονάδας αυτής ($p_{i,t}$).
2. Εάν δεν υπάρχει καμία μονάδα i, της οποίας η παραγόμενη ενέργεια τη χρονική περίοδο t να είναι αυστηρά μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου (κατευθυντήρια γραμμή 1) και υπάρχει τουλάχιστον μία που παράγει ποσότητα ίση με το τεχνικό της ελάχιστο, τότε η σκιώδης τιμή του συστήματος (smp_t) είναι ίση με την ελάχιστη τιμή προσφοράς μεταξύ των μονάδων που παράγουν το τεχνικό τους ελάχιστο.
3. Εάν όλες οι συμμετέχουσες μονάδες παράγουν ενέργεια ίση με το τεχνικό τους μέγιστο, τότε η σκιώδης τιμή του συστήματος (smp_t) είναι ίση με την μέγιστη τιμή προσφοράς μεταξύ των μονάδων που παράγουν το τεχνικό τους μέγιστο.

$$Max_{p_{1,t}} \ F = \sum_{t=1}^{T} (smp_t - c_1) * q_{1,t} \tag{3.10}$$

$$\text{s.t.} \ \ c_1 \leq p_{1,t} \leq P, \quad \forall t \tag{3.2}$$

$$p_{1,t} \ ακέραιες \ μεταβλητές, \quad \forall t \tag{3.3}$$

$$smp_t \ συνεχείς \ μεταβλητές, \quad \forall t \tag{3.11}$$

$$(z_{i,t}, q_{i,t}) \in arg\, min_{z_{i,t}, q_{i,t}} \ f = \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{T} \left(p_{i,t} * \ q_{i,t} + s_i * y_{i,t}\right) \tag{3.4}$$

$$\text{s.t.} \ \ \textstyle\sum_{i=1}^{I} q_{i,t} = d_t, \quad \forall t \tag{3.5}$$

$$m_i * z_{i,t} \leq q_{i,t} \leq k_i * z_{i,t}, \quad \forall i, t \tag{3.6}$$

$$y_{i,t} \geq z_{i,t} - z_{i,t-1}, \quad \forall i, t \tag{3.7}$$

$$z_{i,t}, y_{i,t} \ δυαδικές \ μεταβλητές, \quad \forall i, t \tag{3.8}$$

$$q_{i,t} \geq 0, \quad \forall i, t \tag{3.9}$$

$$\frac{q_{i,t} - m_i}{k_i - m_i} \leq w_{i,t} \leq \left(q_{i,t} - m_i * z_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \tag{3.12}$$

$$\frac{k_i - q_{i,t}}{k_i} \leq v_{i,t} \leq \left(k_i - q_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned} & smp_t \geq p_{i,t} - \left(2 - w_{i,t} - v_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \\ & smp_t \leq p_{i,t} + \left(2 - w_{i,t} - v_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned} & smp_t \geq p_{i,t} - \left(1 + w_{i,t} - z_{i,t}\right) * M - \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} < p_{i,t}} \left(z_{j,t} - w_{j,t}\right) * M - \\ & \textstyle\sum_{j \neq i} \left(w_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \\ & smp_t \leq p_{i,t} + \left(1 + w_{i,t} - z_{i,t}\right) * M + \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} < p_{i,t}} \left(z_{j,t} - w_{j,t}\right) * M + \\ & \textstyle\sum_{j \neq i} \left(w_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned} & smp_t \geq p_{i,t} - \left(1 + v_{i,t} - z_{i,t}\right) * M - \textstyle\sum_{j \neq i} \left(z_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M - \\ & \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} > p_{i,t}} \left(1 - v_{j,t}\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \\ & smp_t \leq p_{i,t} + \left(1 + v_{i,t} - z_{i,t}\right) * M + \textstyle\sum_{j \neq i} \left(z_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M + \\ & \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} > p_{i,t}} \left(1 - v_{j,t}\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$w_{i,t}, v_{i,t} \ δυαδικές \ μεταβλητές, \quad \forall i, t \tag{3.17}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του ανωτέρου επιπέδου (3.10) μεγιστοποιεί το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού. Το κέρδος αυτό εξαρτάται από την οριακή τιμή εκκαθάρισης του συστήματος από τον ISO (smp_t) για κάθε χρονική περίοδο (t) του ορίζοντα προγραμματισμού. Το κόστος εκκίνησης δεν περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση (3.10), όπως και στην προηγούμενη, διότι σύμφωνα με το συγκεκριμένο σύστημα αποζημίωσης-εκκαθάρισης το κόστος αυτό επιβαρύνει τον ISO, ο οποίος θα το πληρώσει στους παραγωγούς. Οι περιορισμοί (3.2) και (3.3) είναι κοινοί με το ΜΜ1. Ο περιορισμός (3.11) επιβάλλει ότι οι μεταβλητές απόφασης smp_t είναι συνεχής. Το πρόβλημα του κατωτέρου επίπεδου (πρόβλημα του ISO) ορίζεται από τις σχέσεις (3.4) – (3.9) και (3.12) – (3.17) και λειτουργεί ως περιορισμός για το ανώτερο επίπεδο. Η αντικειμενική συνάρτηση του κατωτέρου επιπέδου (3.4) καθώς και οι περιορισμοί (3.5) – (3.9) είναι κοινοί με το ΜΜ1.

Ο περιορισμός (3.12) καθορίζει την τιμή της δυαδικής μεταβλητής $w_{i,t}$, δίνοντάς της την τιμή 1 αν η μονάδα i τη χρονική περίοδο t παράγει μεγαλύτερη ποσότητα ενέργειας από το τεχνικό της ελάχιστο, και την τιμή 0 αν όχι. Ο περιορισμός (3.13) καθορίζει την τιμή της δυαδικής μεταβλητής $v_{i,t}$, δίνοντάς της την τιμή 1 αν η μονάδα i τη χρονική περίοδο t παράγει μικρότερη ποσότητα ενέργειας από το τεχνικό της μέγιστο, και την τιμή 0 αν όχι. Ο περιορισμός (3.14) καθορίζει την οριακή τιμή εκκαθάρισης του συστήματος από τον ISO (smp_t), στην περίπτωση που υπάρχει μια μονάδα i της οποίας η παραγόμενη ενέργεια τη χρονική περίοδο t είναι αυστηρά μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου ($m_i < q_{i,t} < k_i$) (κατευθυντήρια γραμμή 1). Ο περιορισμός (3.15) καθορίζει την οριακή τιμή εκκαθάρισης του συστήματος από τον ISO (smp_t), στην περίπτωση που δεν υπάρχει καμία μονάδα i της οποίας η παραγόμενη ενέργεια τη χρονική περίοδο t να είναι μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου (κατευθυντήρια γραμμή 1) και υπάρχει τουλάχιστον μία που παράγει ποσότητα ίση με το τεχνικό της ελάχιστο (κατευθυντήρια γραμμή 2). Ο περιορισμός (3.16) καθορίζει την οριακή τιμή εκκαθάρισης του συστήματος από τον ISO ($\mathrm{smp_t}$), στην περίπτωση που δεν υπάρχει καμία μονάδα i της οποίας η παραγόμενη ενέργεια τη χρονική περίοδο t να είναι μεταξύ του τεχνικού της ελαχίστου και μεγίστου (κατευθυντήρια γραμμή 1) και όλες οι συμμετέχουσες μονάδες παράγουν ενέργεια ίση με το τεχνικό τους μέγιστο (κατευθυντήρια γραμμή 3). Τέλος, ο περιορισμός (3.17) επιβάλλει την δυαδικότητα των μεταβλητών απόφασης $w_{i,t}, v_{i,t}$.

4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

4.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα που μορφοποιήθηκε στην προηγούμενη ενότητα είναι ένα μικτό ακέραιο διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης. Μια βασική ιδιότητά του είναι ότι μπορεί να μην έχει μία βέλτιστη λύση, ακόμη και όταν η εφικτή περιοχή του είναι μη-κενή και συνεκτική. Αυτό είναι μία πολύ γνωστή δυσκολία στον προγραμματισμό δύο επιπέδων (Bard [20]) που μπορεί να υπάρξει όταν η βέλτιστη λύση του προβλήματος του κατωτέρου επιπέδου δεν είναι μοναδική. Η βασική θεωρία της διεπίπεδης βελτιστοποίησης (Candler and Norton [21]) δεν επιτρέπει κανενός είδους συνεργασία μεταξύ του άνω και του κάτω επιπέδου λήψης αποφάσεων, το οποίο σημαίνει ότι ο στρατηγικός παραγωγός δεν μπορεί πάντα να είναι σε θέση να πραγματοποιήσει το μέγιστο κέρδος του. Ο παίκτης του άνω επιπέδου πάντοτε επιλέγει πρώτος τις τιμές των μεταβλητών απόφασης που θεωρεί πιο συμφέρουσες. Στη συνέχεια, με τις τιμές αυτές δεδομένες, ο παίκτης του κάτω επιπέδου βρίσκει τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης που είναι υπό τον έλεγχό του. Επομένως ο πρώτος παίκτης δεν έχει κανέναν τρόπο να εξαναγκάσει το δεύτερο στην επιλογή μιας συγκεκριμένης βέλτιστης λύσης για το κάτω επίπεδο, όταν υπάρχουν εναλλακτικές τέτοιες λύσεις. Αρκετές προσεγγίσεις έχουν προταθεί για την αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος, οι πιο δημοφιλείς από τις οποίες καταφεύγουν σε μια μικρή τροποποίηση του ορισμού του προβλήματος και της αντίστοιχης μορφοποίησής του. Στο πλαίσιο των αγορών ηλεκτρικής ενέργειας έχουν προταθεί αρκετοί ειδικοί κανόνες, ωστόσο κανένας από αυτούς δεν έχει υιοθετηθεί καθολικά. Ένας από τους κανόνες αυτούς προτείνει να ευνοείται πάντα η μονάδα με το χαμηλότερο μεταβλητό κόστος παραγωγής. Στην παρούσα εργασία, υιοθετούμε τη λεγόμενη αισιόδοξη προσέγγιση (Dempe [22]), σύμφωνα με την οποία κάθε φορά που υφίστανται πολλαπλές βέλτιστες λύσεις για το πρόβλημα του κάτω επιπέδου, επιλέγεται αυτή που είναι πιο συμφέρουσα για το άνω επίπεδο. Η προσέγγιση αυτή προϋποθέτει ότι ο άνω παίκτης έχει πάντα κάποιο τρόπο να εξαναγκάσει τον κάτω παίκτη να επιλέξει μια συγκεκριμένη βέλτιστη λύση για το κάτω πρόβλημα.

4.2 Περιγραφή του τρόπου προσέγγισης του προβλήματος

Στην ενότητα αυτή, αναπτύσσεται μια ακριβής διαδικασία επίλυσης που βασίζεται στον μικτό ακέραιο προγραμματισμό για την εύρεση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος. Αρχικά χαλαρώνουμε το πρόβλημα των δύο επιπέδων με τον εξής τρόπο. Κρατάμε το πρόβλημα του άνω επιπέδου αυτούσιο (αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμούς) και εισάγουμε σε αυτό το πρόβλημα του κάτω επιπέδου ως περιορισμό (χαλαρωμένη αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμούς). Την χαλαρωμένη αυτή μορφοποίηση του διεπίπεδου προβλήματος, που χρησιμοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση του άνω επιπέδου, την ονομάζουμε SEPP. Οι λύσεις του χαλαρωμένου αυτού προβλήματος (SEPP) δεν είναι πάντοτε βέλτιστες για το συνολικό διεπίπεδο πρόβλημα (Bard [20]). Αυτό συμβαίνει γιατί προσπαθώντας το SEPP να βρει τη βέλτιστη λύση του, ικανοποιώντας όλους τους περιορισμούς του, δεν ακολουθεί επ'ακριβώς το σκεπτικό του ISO (την βέλτιστη λύση του ISOP). Η λογική της συγκεκριμένης μεθοδολογίας στοχεύει στην περιγραφή του σκεπτικού του ISO στο SEPP, έτσι ώστε να κατορθώσει το SEPP να βρει την βέλτιστη λύση του διεπίπεδου προβλήματος.

Σύμφωνα με τους Kozanidis et al. [23], η βέλτιστη τιμή της αντικειμένικής συνάρτησης του κάτω επιπέδου ως συνάρτηση της κάθε ξεχωριστής τιμής προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού σε μία χρονική περίοδο είναι μία μη-φθίνουσα, κατά τμήματα γραμμική και κοίλη συνάρτηση. Με βάση αυτό αν οι τιμές προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού είναι οι μέγιστες επιτρεπτές ($p_{1,t}$ = price cap) τότε το ISOP έχει το μέγιστο κόστος. Προσδιορίζουμε το κόστος αυτό και εισάγουμε ως περιορισμό στο SEPP ότι το μέγιστο κόστος του ISO για την πραγματοποίηση της ζήτησης δεν μπορεί να ξεπερνάει την τιμή του κόστους αυτού. Ο περιορισμός αυτός δεν είναι μέρος της μορφοποίησης του αρχικού προβλήματος αλλά μειώνει το σύνολο των εφικτών λύσεων για το SEPP.

Μεταβλητές απόφασης:	
f	Κόστος του ISO για την ικανοποίηση της ζήτησης στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα (για όλες τις περιόδους λειτουργίας)

Παράμετροι:	
$cost$	Μέγιστη τιμή που μπορεί να έχει το κόστος του ISO για την ικανοποίηση της ζήτησης στο σύνολο του χρονικού ορίζοντα

Πίνακας 4-1 : Ονοματολογία μεταβλητών απόφασης και παραμέτρων του περιορισμού (4.1)

$$f \leq cost \tag{4.1}$$

Στη συνέχεια λύνουμε το SEPP, το οποίο στην προσπάθειά του να μεγιστοποιήσει το κέρδος του παραγωγού, δεν είναι ικανό να καθορίσει για κάθε τιμή προσφοράς την αντίστοιχα ορθή παραγόμενη ποσότητα ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού, στο φάσμα των επιτρεπτών προσφορών για την εκάστοτε κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου ξεχωριστά. Για τον λόγο αυτό εισάγουμε στο SEPP ισχύουσες ανισότητες οι οποίες διασφαλίζουν την αντιστοιχία προσφορών και ποσοτήτων που αφορούν την κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου ξεχωριστά, όπως εμφανίζεται στη λύση. Η ανάλυση και η περιγραφή της κατάστασης λειτουργίας της κάθε περιόδου γίνεται με τη βοήθεια ενός αλγορίθμου για το πρόβλημα της μίας περιόδου, όπως αυτός περιγράφεται από τους Kozanidis et al. [23]. Ο αλγόριθμος αυτός εντοπίζει τις τιμές των προσφορών για τις οποίες αλλάζει η παραγόμενη ποσότητα ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού για μία συγκεκριμένη κατάσταση λειτουργίας στο πρόβλημα της μίας περιόδου.

Ακόμα και όταν έχουμε περιγράψει στο SEPP την αντιστοιχία προσφορών και ποσοτήτων για κάθε κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου που εμφανίζεται στη λύση του, μπορεί και πάλι να μας δώσει λανθασμένα αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει γιατί ενώ πλέον γνωρίζει το πρόβλημα της κάθε μίας περιόδου μεμονομένα (αντιστοιχία προσφορών και ποσοτήτων) δεν μπορεί να κάνει το βέλτιστο συνδυασμό βλέποντας όλες τις περιόδους ταυτόχρονα.

Επομένως, αυτό που πρεπεί να κάνουμε είναι να επαληθεύουμε κάθε φορά αν λύση που δίνει το SEPP είναι αποδεκτή από τον ISO (εφικτή για το διεπίπεδο πρόβλημα). Η λύση είναι αποδεκτή όταν δίνοντας στον ISO τις προσφορές που προκύπτουν από το SEPP, δίνει και αυτός τις ίδιες ποσότητες και καταστάσεις λειτουργίας για κάθε περίοδο και το ίδιο κέρδος. Η λύση δεν είναι αποδεκτή όταν δίνοντας στον ISO τις προσφορές που προκύπτουν από το SEPP, δεν δίνει και αυτός το ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα (ίδιες ποσότητες και καταστάσεις λειτουργίας για κάθε περίοδο και ίδιο κέρδος). Στην περίπτωση αυτή πρέπει να εισάγουμε στο SEPP ισχύουσες ανισότητες που να του περιγράφουν τη λύση του ISOP και το εύρος των τιμών προσφοράς στο οποιό αυτή παραμένει η ίδια. Επιπλέον μπορούμε να εισάγουμε στο SEPP ισχύουσες ανισότητες που να του περιγράφουν σε ποιο εύρος τιμών προσφοράς το πλάνο λειτουργίας (συνδυασμός των καταστάσεων λειτουργίας όλων των περιόδων) που έδωσε σαν λύση το SEPP είναι μη προτιμητέο σε σχέση με αυτό της λύσης που έδωσε το ISOP.

Μπορούμε λοιπόν να προσεγγίσουμε επαναληπτικά την βέλτιστη λύση με τον εξής τρόπο. Λύνουμε το SEPP και επαληθεύουμε αν είναι αποδεκτή η λύση από τον ISO. Όσο η λύση δεν είναι αποδεκτή από τον ISO, εισάγουμε στο SEPP τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν τη σωστή λύση (πλάνο λειτουργίας για κάποιο εύρος των τιμών προσφοράς) και τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν την σύγκριση των πλάνων λειτουργίας των δύο λύσεων (SEPP και ISOP) και το ξαναλύνουμε. Όταν η λύση του SEPP γίνει αποδεκτή από τον ISO, τότε έχουμε βρει την βέλτιστη λύση και τερματίζει ο αλγόριθμος.

Ένας άλλος τρόπος για να επιλύσουμε το συγκεκριμένο διεπίπεδο πρόβλημα είναι να ακολουθήσουμε την αντίστροφη διαδικασία. Δηλαδή να κρατήσουμε το πρόβλημα του κάτω επιπέδου αυτούσιο (αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμούς) και να εισάγουμε σε αυτό το πρόβλημα του άνω επιπέδου ως περιορισμό (χαλαρωμένη αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμούς). Την χαλαρωμένη αυτή μορφοποίηση του διεπίπεδου προβλήματος, που χρησιμοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση του κάτω επιπέδου, την ονομάζουμε ISOMAX. Αρχικά λύνουμε το ISOMAX και εξετάζουμε τις καταστάσεις λειτουργίας κάθε περιόδου που προκύπτουν στη λύση του, όπως και πριν. Πιστοποιούμε την εγκυρότητα τις λύσης που έδωσε το ISOMAX μέσω του ISOP και εισάγουμε στο ISOMAX τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν σε ποιο εύρος τιμών προσφοράς διατηρείται αυτή η λύση, καθώς και αυτές που περιγράφουν την σύγκριση των πλάνων λειτουργίας των δύο λύσεων (SEPP και ISOP), όπως και πριν. Επιπλέον αν η λύση είναι αποδεκτή, προσθέτουμε στο ISOMAX έναν περιορισμό για το ελάχιστο κέρδος του παραγωγού. Η τιμή αυτού του περιορισμού αντικαθίσταται από την τιμή του κέρδους που δίνει το ISOP στην κάθε επανάληψη, όταν η τιμή αυτή είναι μεγαλύτερη από αυτή που ήδη έχει. Πραγματοποιώντας δηλαδή τον εναλλακτικό αυτό αλγόριθμο βρίσκουμε λύσεις, στις οποίες επαναληπτικά η τιμή του κέρδους του παραγωγού αυξάνεται μέχρι να φτάσει στη βέλτιστη λύση. Την λύση αυτή δεν την αναγνωρίζει ως βέλτιστη και ο αλγόριθμος συνεχίζεται έως ότου ακυρώσει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς λύσεων που δίνουν μεγαλύτερο κέρδος από το τελευταίο εφικτό, που είναι και η βέλτιστη λύση για το διεπίπεδο πρόβλημα. Επομένως ο εναλλακτικός αυτός αλγόριθμος τερματίζει όταν δεν θα μπορεί να βρεθεί εφικτή λύση και η βέλτιστη λύση είναι η τελευταία εφικτή που βρέθηκε. Επομένως ο αλγόριθμος αυτός διερευνά όλο το φάσμα των λύσεων (εφικτό και ανέφικτο) του διεπίπεδου προβλήματος.

Σε αντίθεση με το ISOMAX, η πρώτη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος (SEPP) ξεκινάει διερευνώντας το ανέφικτο πεδίο λύσεων προσπαθώντας να βρει την πρώτη εφικτή. Δηλαδή δεν αναλώνεται στην διερεύνηση του πεδίου των εφικτών λύσεων, όπως το ISOMAX. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο χρόνος που χρειάζεται για την επίλυση του προβλήματος να είναι μικρότερος και γι' αυτό το λόγο επιλέχθηκε ως διαδικασία επίλυσης.

4.3 Αλγόριθμος προσδιορισμού μικρότερου εύρους για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου

Το εύρος για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου, που θα προσδιοριστεί σε αυτήν την ενότητα, είναι υποσύνολο του αρχικού εύρους των τιμών προσφοράς που επιβάλλεται από τους κανόνες τις αγοράς, και θα το προσθέσουμε ως περιορισμό στο πρόβλημα του παραγωγού (SEPP) αντικαθιστώντας το παλιό εύρος για τις τιμές προσφοράς (περιορισμός (3.2)). Τα όρια αυτά είναι κοινά και για τους δυό τρόπους αποζημίωσης-εκκαθάρισης του συστήματος, γιατί βασίζονται στην αντικειμενική συνάρτηση του διαχειριστή του συστήματος (ISO), η οποία είναι η ίδια και στους δύο τρόπους.

Μεταβλητές απόφασης:	
$p_{1,t}$	Συνεχής ακέραια μεταβλητή που δείχνει την τιμή προσφοράς που δίνει ο στρατηγικός παραγωγός στον ISO, για την ενέργεια που παράγει, τη χρονική περίοδο t

Παράμετροι:	
$c_{1,t}$	Κατώτατο όριο της τιμής προσφοράς κάθε περιόδου για τον στρατηγικό παραγωγό, όπως προσδιορίζεται από τον αλγόριθμο της ενότητας αυτής
$P_{1,t}$	Ανώτατο όριο της τιμής προσφοράς κάθε περιόδου για τον στρατηγικό παραγωγό, όπως προσδιορίζεται από τον αλγόριθμο της ενότητας αυτής

Πίνακας 4-2 : Ονοματολογία μεταβλητών απόφασης και παραμέτρων του περιορισμού (4.2)

$$c_{1,t} \leq p_{1,t} \leq P_t, \quad \forall t \tag{4.2}$$

4.3.1 Προσδιορισμός κάτω ορίου ($c_{1,t}$)

Όταν ο στρατηγικός παραγωγός δεν συμμετέχει σε καμία περίοδο και μπαίνει μόνο σε μία, επιβαρύνει το σύστημα με το κόστος εκκίνησης λειτουργίας του (s_i). Προσπαθώντας λοιπόν ο ISO να αξιοποιήσει το κόστος εκκίνησης που έχει πληρώσει για τους ήδη συμμετέχοντες παραγωγούς, δεν τον αφήνει να να μπει στο πλάνο παραγωγής παρά μόνο με τόσο μικρές τιμές προσφοράς που να εξισσοροπούν το κόστος εκκίνησής του, το οποίο πληρώνει ο ISO για την συμμετοχή του σε μία μόνο περίοδο. Πιθανώς στο σκεπτικό του ISO να συμπεριλαμβάνεται και το κόστος εκκίνησης που θα πληρώσει σε κάποιον άλλο παραγωγό που θα σταματήσει τη λειτουργία του σε αυτή την περίοδο και θα χρειαστεί να ξαναμπεί στο πλάνο παραγωγής σε μία επόμενη περίοδο. Ως συνέπεια, το σύστημα δέχεται τον στρατηγικό παραγωγό με μικρότερη προσφορά απ' ότι αν συμμετείχε και στην προηγούμενη περίοδο. Η προσφορά με την οποία ο παραγωγός μπαίνει, για πρώτη φορά, στο πλάνο παραγωγής με τη μέγιστη ποσότητα που μπορεί για την συγκεκριμένη περίοδο, όταν δεν συμμετέχει σε καμία άλλη (στις άλλες περιόδους οι προσφορές του είναι ίσες με το άνω επιτρεπτό όριο, P), μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα κάτω όριο για τις προσφορές αυτής της περιόδου. Όμως αυτό προκύπτει από το πρόβλημα του ISO που είναι πολλαπλών περιόδων. Επομένως πρέπει να εξετάσουμε και το πρόβλημα της κάθε περιόδου ξεχωριστά. Για να είμαστε σίγουροι ότι συμμετέχει ο παραγωγός με τη μέγιστη ποσότητα που μπορεί στο πρόβλημα της μίας περιόδου, ανεξάρτητα από την κατάσταση λειτουργίας που θα προκύψει για την περίοδο αυτή, πρέπει η προσφορά του να είναι μικρότερη (ή ίση) της ελάχιστης προσφοράς των υπολοίπων παραγωγών. Άρα σαν κάτω όριο για μία περίοδο διαλέγουμε τη μικρότερη προσφορά από αυτή που προκύπτει από το πρόβλημα του ISO και από την ελάχιστη των υπολοίπων παραγωγών μειωμένη κατά μία μονάδα (ακέραια ή δεκαδική, ανάλογα με τις μονάδες που χρησιμοποιούνται για τις προσφορές).

Εφαρμογή: Αρχικά λύνουμε το πρόβλημα του ISO για τις μέγιστες επιτρεπτές προσφορές σε όλες τις περιόδους. Στη συνέχεια αντικαθιστούμε την προσφορά μιας περιόδου με την ελάχιστη επιτρεπτή προσφορά. Συνδέουμε τις δύο προηγούμενες λύσεις και λύνουμε την γραμμική εξίσωση που προκύπτει έτσι ώστε να βρούμε σε ποια τιμή από το δυνατό εύρος των προσφορών ο παραγωγός μπαίνει στο πλάνο παραγωγής για πρώτη φορά με τη μεγαλύτερη ποσότητα που μπορεί να παράγει για αυτή την περίοδο. Έπειτα συγκρίνουμε αυτή την τιμή με την μικρότερη προσφορά των υπολοίπων παραγωγών για αυτή την περίοδο μειωμένη κατά μία μονάδα (ακέραια ή δεκαδική, ανάλογα με τις μονάδες που χρησιμοποιούνται για τις προσφορές) και διαλέγουμε τη μικρότερη από τις δύο. Επαναλαμβάνω το ίδιο για κάθε περίοδο.

4.3.2 Προσδιορισμός άνω ορίου (P_t)

Όταν ο παραγωγός συμμετέχει σε όλες τις περιόδους, το σύστημα δεν χρειάζεται να πληρώσει πολλές φορές το κόστος εκκίνησης λειτουργίας του (s_i). Προσπαθώντας λοιπόν ο ISO να αξιοποιήσει το κόστος εκκίνησης που έχει ήδη πληρώσει για τον στρατηγικό παραγωγό, τον αφήνει να μπει στο πλάνο παραγωγής ακόμα και με μεγαλύτερες τιμές προσφορών, έτσι ώστε να μην το ξαναπληρώσει στην επόμενη περίοδο και πιθανώς να μην πληρώσει και κάποιου άλλου παραγωγού που θα χρειαστεί για να καλύψει τη ζήτηση αυτής της περιόδου. Η προσφορά με την οποία ο παραγωγός βγαίνει, για πρώτη φορά, από το πλάνο παραγωγής για μία συγκεκριμένη περίοδο, όταν συμμετέχει σε όλες τις άλλες (στις άλλες περιόδους οι προσφορές του είναι ίσες με το κάτω επιτρεπτό όριο, $c_{1,t}$), μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα άνω όριο για τις προσφορές αυτής της περιόδου. Άρα σαν άνω όριο για μία περίοδο διαλέγουμε την προσφορά που ο παραγωγός, για πρώτη φορά, βγαίνει εκτός του πλάνου παραγωγής μειωμένη κατά μία μονάδα (ακέραια ή δεκαδική, ανάλογα με τις μονάδες που χρησιμοποιούνται για τις προσφορές).

Εφαρμογή: Αρχικά λύνουμε το πρόβλημα του ISO για τις ελάχιστες επιτρεπτές προσφορές σε όλες τις περιόδους. Στη συνέχεια αντικαθιστούμε την προσφορά μιας περιόδου με την μέγιστη επιτρεπτή προσφορά. Συνδέουμε τις δύο προηγούμενες λύσεις και λύνουμε την γραμμική εξίσωση που προκύπτει έτσι ώστε να βρούμε σε ποια τιμή από το δυνατό εύρος των προσφορών ο παραγωγός βγαίνει από το πλάνο παραγωγής για πρώτη φορά για αυτή την περίοδο. Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για κάθε περίοδο.

4.4 Αλγόριθμος εύρεσης των καταστάσεων λειτουργίας που μπορούν να ικανοποιήσουν τη ζήτηση κάθε περιόδου για την προσθήκη ισχυουσών ανισοτήτων στο άνω επίπεδο

Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου για την επίλυση του διεπίπεδου προβλήματος εξετάζονται κάποιες καταστάσεις λειτουργίας για κάθε περίοδο μεμονωμένα (πρόβλημα της μίας περιόδου), όταν αυτές προκύπτουν στην λύση του SEPP, έτσι ώστε να περιγραφεί στο SEPP η αντιστοιχία προσφορών και ποσοτήτων για την συγκεκριμένη κατάσταση λειτουργίας κάθε φορά. Επειδή οι περισσότερες καταστάσεις λειτουργίας που είναι ικανές να ικανοποιήσουν τη ζήτηση θα προκύψουν αργά ή γρήγορα από το SEPP και θα εξεταστούν, είναι προτιμότερο να τις εξετάσουμε εξ' αρχής συνολικά και να προσθέσουμε τις ισχύουσες ανισότητες στο SEPP ώστε να τρέχουν από την πρώτη επανάληψη του αλγορίθμου. Αυτό γίνεται διότι προσθέτοντάς τες εξ' αρχής μειώνεται ακόμα περισσότερο το σύνολο των εφικτών λύσεων για το SEPP.

Επομένως προτείνεται η χρήση ενός αλγορίθμου που βρίσκει όλες τις καταστάσεις λειτουργίας κάθε περιόδου ξεχωριστά, που είναι ικανές να καλύψουν τη ζήτηση, και εξετάζει τα σημεία (τιμές προσφοράς) στα οποία αλλάζει η ποσότητα ενέργειας που παράγει ο στρατηγικός παραγωγός. Τα σημεία αυτά, αλλαγής της παραγόμενης ποσότητας, βρίσκονται σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται από τους Kozanidis et al. [23], για την οποία χρησιμοποιούνται μόνο δυαδικές μεταβλητές απόφασης. Έτσι έχοντας προσδιορίσει τα σημεία αυτά προσθέτονται ισχύουσες ανισότητες στο SEPP που περιγράφουν την κάθε περιοχή που η ποσότητα παραμένει σταθερή με τις αντίστοιχες τιμές προσφοράς, όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω.

Για να είναι ικανή μία κατάσταση λειτουργίας να καλύψει τη ζήτηση πρέπει το άθροισμα των τεχνικών ελαχίστων των μονάδων που συμμετέχουν στο πλάνο λειτουργίας να είναι μικρότερο ή ίσο με τη ζήτηση (αν είναι μεγαλύτερο από τη ζήτηση τότε θα παραχθεί περισσότερη ενέργεια από αυτή που χρειάζεται), ενώ το άθροισμα των τεχνικών μεγίστων τους να είναι μεγαλύτερο ή ίσο με τη ζήτηση (αν είναι μικρότερο από τη ζήτηση τότε θα παραχθεί λιγότερη ενέργεια από αυτή που χρειάζεται). Παρακάτω παρατίθεται ο αλγόριθμος εύρεσης των καταστάσεων λειτουργίας που μπορούν να ικανοποιήσουν τη ζήτηση κάθε περιόδου.

για $t = 1, \dots, T$
    για $z_{1,t} = 1$
        για $z_{2,t} = 0, \dots, 1$
            για $z_{3,t} = 0, \dots, 1$
                ...
                    για $z_{I,t} = 0, \dots, 1$
                        αν $\sum_{i=1}^{I}(z_{i,t} * m_i) \leq d_t \leq \sum_{i=1}^{I}(z_{i,t} * k_i)$ τότε
                            εξέτασε την κατάσταση λειτουργίας
                            φτιάξε ισχύουσες ανισότητες
                            κατάγραψέ τες σε αρχείο

Αν τυχόν εμφανιστεί στην λύση του SEPP μία κατάσταση λειτουργίας στην οποία δεν συμμετέχει ο στρατηγικός παραγωγός ($z_{1,t} = 0$), που σημαίνει ότι δεν συμφέρει τον παραγωγό να μπει στο πλάνο παραγωγής, τότε το κέρδος του και η ποσότητα που παράγει είναι μηδενικά λόγω της μορφοποίησης του προβλήματος. Επομένως στον αλγόριθμό αυτό δεν χρειάζεται να εξετάσουμε αυτές τις καταστάσεις λειτουργίας.

4.5 Προσθήκη ισχυουσών ανισοτήτων για την περιγραφή της λύσης του κάτω επιπέδου στο άνω επίπεδο

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, όταν η λύση του άνω επιπέδου του προβλήματος δεν είναι αποδεκτή από το κάτω επίπεδο, τότε πρέπει να προστεθούν ισχύουσες ανισότητες στο άνω επίπεδο που να του περιγράφουν την λύση του κάτω επιπέδου. Το άνω επίπεδο μπορεί να προσδιορίσει ακριβώς το κέρδος κάθε κατάστασης λειτουργίας μετά την προσθήκη των ισχυουσών ανισοτήτων της κάθε κατάστασης λειτουργίας για κάθε περίοδο μεμονομένα. Όμως δεν μπορεί να τις συνδυάσει έτσι ώστε να φτιάξει το πιο οικονομικό πλάνο λειτουργίας, το οποίο είναι και το ζητούμενο. Ως αποτέλεσμα παίρνει για κάθε περίοδο την κατάσταση λειτουργίας που το συμφέρει (που έχει το μεγαλύτερο κέρδος) και φτιάχνει ένα πλάνο λειτουργίας με μεγάλο κέρδος (γιατί αυτό του επιβάλλει η αντικειμενική του συνάρτηση) χώρις όμως αυτό να είναι πραγματικά αποδεκτό. Δηλαδή το κάτω επίπεδο μπορεί να βρει μία πιο οικονομική λύση. Αυτό είναι λοιπόν που πρέπει να περιγράψουμε στο άνω επίπεδο με την εισαγωγή ισχυουσών ανισοτήτων.

Η λύση που δίνει το άνω επίπεδο προκύπτει, όπως είπαμε και παραπάνω, από το συνδυασμό των κερδών των επιμέρους περιόδων λειτουργίας που συνθέτουν το πλάνο λειτουργίας. Μπορούμε να περιγράψουμε στο άνω επίπεδο ότι η λύση του δεν είναι η πραγματική με δύο τρόπους. Ο πρώτος είναι η κατασκευή ισχυουσών ανισοτήτων που περιγράφουν στο SEPP την λύση που έδωσε το ISOP και το εύρος στο οποίο αυτή παραμένει η ίδια με τη μέθοδο της ομοιόμορφης μεταβολής των τιμών προσφοράς όλων των περιόδων. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι το SEPP δεν θα ξαναχρησιμοποιήσει αυτούς τους συνδυασμούς προσφορών και θα βρει τους επόμενους πιο αποδοτικούς για την αντικειμενική του συνάρτηση. Ο δεύτερος τρόπος είναι η κατασκευή ισχυουσών ανισοτήτων που περιγράφουν στο SEPP το ακριβές πεδίο τιμών για τις προσφορές στο οποίο το πλάνο λειτουργίας που έδωσε το ISOP είναι προτιμητέο από αυτό που έδωσε το SEPP. Ο λόγος για τον οποίο ένα πλάνο λειτουργίας είναι προτιμητέο από ένα άλλο είναι ότι ικανοποιεί την αντικειμενική του ISO περισσότερο, δηλαδή είναι πιο οικονομικό από την πλευρά του κόστους. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι το SEPP δεν θα ξαναχρησιμοποιήσει τα πλάνα λειτουργίας που είναι ακριβότερα από κάποια άλλα στο προσδιορισμένο πεδίο τιμών για τις προσφορές του καθενός. Κατά την επίλυση μπορεί να γίνεται η προσθήκη ισχυουσών ανισοτήτων είτε μόνο μέσω του πρώτου τρόπου είτε μέσω και των δύο τρόπων. Η διαδικασία της προσθήκης των ισχυουσών ανισοτήτων χρησιμοποιεί μόνο δυαδικές μεταβλητές απόφασης και για τους δύο τρόπους.

4.5.1 Πρώτος τρόπος προσθήκης ισχυουσών ανισοτήτων

Για την κατασκευή ισχυουσών ανισοτήτων με τον πρώτο τρόπο χρησιμοποιούμε την θεωρία που αναπτύχθηκε από τους Geoffrion and Nauss [24]. Οι ισχύουσες αυτές ανισότητες έχουν να κάνουν με την περιγραφή του πλάνου λειτουργίας στην περιοχή πάνω και κάτω από το συγκεκριμένο συνδυασμό προσφορών που ερευνούμε. Άρα για την κατασκευή τους παίζει ρόλο μόνο η αλλαγή του πλάνου λειτουργίας πάνω και κάτω από το συγκεκριμένο συνδυασμό προσφορών. Στόχος μας λοιπόν είναι να βρεθεί ένα διάστημα για κάθε μία από τις τιμές προσφοράς, έτσι ώστε όταν κάθε μία από αυτές ανήκει στο αντίστοιχο διάστημά της, στην βέλτιστη λύση του κάτω επιπέδου να μην αλλάζει το πλάνο λειτουργίας. Φυσικά κάθε ένα από αυτά τα διαστήματα πρέπει να περιέχει την τιμή της προσφόρας που προέκυψε από το άνω επίπεδο για κάθε περίοδο. Ξεκινώντας από τις αρχικές τιμές $p_{i,t}$, αυξάνουμε και τις τέσσερις τιμές προσφοράς ταυτόχρονα κατά την ίδια τιμή θ, μέχρι εκείνη την τιμή του θ που το πλάνο παραγωγής δεν αλλάζει οριακά. Αυτές οι τιμές είναι τα άνω όρια των διαστημάτων για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου, ενώ τα κάτω όρια είναι οι αρχικές τιμές.

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν αυτό το διάστημα για τις τιμές των προσφορών και το πραγματικό πλάνο παραγωγής (λύση του ISOP) στο SEPP. Ορίζουμε τις βοηθητικές δυαδικές μεταβλητές $k\#_{1,t}$ και $l\#_{1,t}$ (σχέσεις (4.3) και (4.4)), οι οποίες χρησιμοποιούνται για να περιγράψουμε στο SEPP τα διαστήματα για τις τιμές προσφοράς.

$$k\#_{1,t} \geq \frac{p_{1,t} - (κάτω\ τιμή\ διαστήματος - 1)}{P - (κάτω\ τιμή\ διαστήματος - 1)} \tag{4.3}$$

$$l\#_{1,t} \geq \frac{(πάνω\ τιμή\ διαστήματος + 1) - p_{1,t}}{(πάνω\ τιμή\ διαστήματος + 1) - c_1} \tag{4.4}$$

Το $k\#_{1,t}$ παίρνει την τιμή 1 όταν το $p_{1,t}$ είναι μεγαλύτερο ή ίσο με την κάτω τιμή του διαστήματος, στο οποίο δεν αλλάζει το πλάνο παραγωγής, και μηδέν διαφορετικά. Το $l\#_{1,t}$ παίρνει την τιμή 1 όταν το $p_{1,t}$ είναι μικρότερο ή ίσο με την πάνω τιμή του διαστήματος, στο οποίο δεν αλλάζει το πλάνο παραγωγής, και μηδέν διαφορετικά. Στη συνέχεια για να περιγράψουμε στο SEPP το πραγματικό πλάνο παραγωγής για αυτό το διάστημα των τιμών προσφοράς (λύση του ISOP) χρησιμοποιούμε την σχέση (4.5) αν η μονάδα παραγωγής i συμμετέχει στην περίοδο t του πλάνου και την σχέση (4.6) αν δεν συμμετέχει. Το δεύτερο μέλος των σχέσεων γίνεται ίσο με τη μονάδα μόνο στην περίπτωση που όλες οι προσφορές του στρατηγικού παραγωγού ανήκουν στα αντίστοιχα διαστήματα που περιγράφηκαν μέσω των σχέσεων (4.3) και (4.4).

$$z_{i,t} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7, \qquad \forall i,t \tag{4.5}$$

$$1 - z_{i,t} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7, \qquad \forall i,t \tag{4.6}$$

Παρομοίως, ξεκινώντας από τις αρχικές τιμές $p_{i,t}$, μειώνουμε και τις τέσσερις τιμές προσφοράς ταυτόχρονα κατά την ίδια τιμή θ, μέχρι εκείνη την τιμή του θ που το πλάνο παραγωγής δεν αλλάζει οριακά. Αυτές οι τιμές είναι τα κάτω όρια των διαστημάτων για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου, ενώ τα άνω όρια είναι οι αρχικές τιμές. Έπειτα κατασκευάζουμε τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν αυτό το διάστημα για τις τιμές των προσφορών και το πραγματικό πλάνο παραγωγής (λύση του ISOP) στο SEPP με τον ίδιο τρόπο που περιγράφηκε παραπάνω.

Για παράδειγμα, έστω ότι θέλουμε να περιγράψουμε στο SEPP ότι για $53 \leq p_{1,1} \leq 60$ & $49 \leq p_{1,2} \leq 59$ & $60 \leq p_{1,3} \leq 65$ & $55 \leq p_{1,4} \leq 63$, το πλάνο λειτουργίας είναι το παρακάτω.

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$z_{1,t}$	1	1	1	1
$z_{2,t}$	1	1	1	1
$z_{3,t}$	1	1	0	0
$z_{4,t}$	0	0	1	1

Οι ισχύουσες ανισότητες που το περιγράφουν αυτό είναι οι εξής:

$$k\#_{1,1} \geq (p_{1,1} - 52)/(100 - 52)$$

$$l\#_{1,1} \geq (61 - p_{1,1})/(61 - 40)$$

$$k\#_{1,2} \geq (p_{1,2} - 48)/(100 - 48)$$

$$l\#_{1,2} \geq (60 - p_{1,2})/(60 - 40)$$

$$k\#_{1,3} \geq (p_{1,3} - 59)/(100 - 59)$$

$$l\#_{1,3} \geq (66 - p_{1,3})/(66 - 40)$$

$$k\#_{1,4} \geq (p_{1,4} - 54)/(100 - 54)$$

$$l\#_{1,4} \geq (64 - p_{1,4})/(64 - 40)$$

$$z_{1,1} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{1,2} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{1,3} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{1,4} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{2,1} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{2,2} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{2,3} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{2,4} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{3,1} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{3,2} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$1 - z_{3,3} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$1 - z_{3,4} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$1 - z_{4,1} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$1 - z_{4,2} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{4,3} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

$$z_{4,4} \geq \sum_{t=1}^{4} k\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} l\#_{1,t} - 7$$

Στην περίπτωση που το πλάνο λειτουργίας είναι το ίδιο στην περιοχή πάνω και κάτω από το συγκεκριμένο συνδυασμό προσφορών που ερευνούμε τότε προσθέτουμε ενιαίες ισχύουσες ανισότητες για όλο αυτό το εύρος. Σε αντίθετη περίπτωση οι ισχύουσες ανισότητες αναφέρονται ξεχωριστά στο εύρος της λύσης των δύο αυτών πλάνων λειτουργίας.

Όταν δεν συμμετέχει ο στρατηγικός παραγωγός σε κάποια περίοδο του πλάνου λειτουργίας τότε δεν χρειάζεται να περιγράψουμε στο SEPP την συνολική κατάσταση λειτουργίας αυτής της περιόδου, παρά μόνο το γεγονός ότι ο παραγωγός δεν συμμετέχει. Επίσης στην περίπτωση αυτή μπορούμε να επεκτείνουμε το εύρος της προσφοράς της συγκεκριμένης περιόδου μέχρι την μέγιστη τιμή προσφοράς (P_t).

Αν οι ισχύουσες ανισότητες που προκύπτουν σε κάποια επανάληψη έχουν ήδη προστεθεί στο SEPP σε προηγούμενη επανάληψη, τότε δεν τις ξαναπροσθέτουμε. Αν πάλι το εύρος τους καλύπτει κάποιες που ήδη υπάρχουν στο SEPP, τότε τις προσθέτουμε και αφαιρούμε αυτές που υπήρχαν.

4.5.2 Δεύτερος τρόπος προσθήκης ισχυουσών ανισοτήτων

Η κατασκευή ισχυουσών ανισοτήτων του δεύτερου τρόπου έχει να κάνει με την απόρριψη κάποιων πλάνων λειτουργίας (διαστημάτων τους ή ολόκληρα), διότι είναι πιο ακριβά από κάποια άλλα (στα αντίστοιχα διαστήματα για τις τιμές προσφοράς), με αποτέλεσμα να μην τα προτιμάει ο ISO. Άρα για την κατασκευή τους παίζει ρόλο μόνο το κόστος του ISOP στις διάφορες περιοχές των τιμών προσφοράς του πλάνου λειτουργίας. Στόχος μας λοιπόν είναι να συγκριθούν τα πλάνα λειτουργίας των λύσεων του άνω (SEPP) και του κάτω επιπέδου (ISOP), έτσι ώστε να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η λύση του SEPP δεν είναι προτιμητέα (έχει μεγαλύτερο κόστος) από αυτή του ISOP.

Κάθε πλάνο λειτουργίας αποτελείται από τις καταστάσεις λειτουργίας κάθε περιόδου. Όλες αυτές οι καταστάσεις λειτουργίας έχουν μελετηθεί ως προς το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού και το κόστος του διαχειριστή του δικτύου κατά την διαδικασία της εισαγωγής των ισχυουσών ανισοτήτων που περιγράφουν την κάθε μία από αυτές στο SEPP. Έτσι χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της μελέτης που έχει ήδη γίνει (τις τιμές προσφοράς στις οποίες αλλάζουν οι παραγόμενες ποσότητες ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού, το ελάχιστο και μέγιστο κόστος της κάθε κατάστασης λειτουργίας, καθώς και το κέρδος σε κάθε της διάστημα) συκρίνουμε τα πλάνα λειτουργίας. Αυτό το κάνουμε λύνοντας το ISOP επιβάλλοντάς του να χρησιμοποιήσει το πλάνο λειτουργίας που θέλουμε (κάθε φορά ένα από τα δύο που συγκρίνουμε).

Αρχικά, με τις ελάχιστες τιμές προσφοράς και αλλάζοντας μόνο την τιμή μίας περιόδου (χρησιμοποιώντας τις τιμές στις οποίες αλλάζει η παραγόμενη ποσότητα ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού και από τις δύο εξεταζόμενες καταστάσεις λειτουργίας, πλάνο SEPP – πλάνο ISOP) λύνουμε το ISOP. Δεν λύνουμε για τις τιμές από κάθε κατάσταση λειτουργίας που το κέρδος γίνεται μικρότερο από του προηγούμενου διαστήματος στο οποίο ήταν το μέγιστο κέρδος αυτής της συγκεκριμένης κατάστασης λειτουργίας, διότι ο παραγωγός δεν πρόκειται να υποβάλλει τιμή προσφοράς μέσα σε αυτό το διάστημα αφού έχει μικρότερο κέρδος από το προηγούμενο. Το κάνουμε αυτό για όλες τις περιόδους. Πλέον μπορούμε να προσδιορίσουμε το κόστος κάθε συνδυασμού τιμών προσφοράς.

Αν για όλες τις περιόδους η καταστάση λειτουργίας του SEPP είναι ακριβότερη από αυτήν του ISOP σε όλο το εύρος των τιμών προσφοράς κάθε περιόδου, τότε σίγουρα δεν είναι προτιμητέο το πλάνο παραγωγής της λύσης του SEPP.

Πόρισμα: Αν οι προσφορές των υπολοίπων παραγωγών που συμμετέχουν στην κατάσταση λειτουργίας μίας περιόδου στο πλάνο του ISOP είναι μικρότερες (ή ίσες) από το σημείο αλλαγής των ποσοτήτων παραγόμενης ενέργειας (που εξετάζουμε κάθε φορά) της αντίστοιχης κατάστασης λειτουργίας του πλάνου του SEPP, τότε σίγουρα η κατάσταση λειτουργίας του ISOP έχει μικρότερο κόστος (είναι καλύτερη) σε αυτό το εύρος προσφορών.

Αν σε κάποια περίοδο για κάποια τιμή προσφοράς (αλλαγής της παραγόμενης ποσότητας ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού) η κατάσταση λειτουργίας του SEPP έχει μικρότερο κόστος από αυτή του ISOP, τότε εξέταζουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς αυτής της τιμής για αυτή την περίοδο με όλες τις τιμές των άλλων περιόδων. Αν συνδυαστικά δεν βρεθεί καμία λύση πιο οικονομική από του ISOP, τότε το πλάνο λειτουργίας του SEPP δεν είναι προτιμητέο. Αν όμως βρεθούν συνδυασμοί που το κόστος του πλάνου λειτουργίας του SEPP είναι μικρότερο από του ISOP, τότε το πλάνο λειτουργίας του SEPP είναι προτιμητέο στο διάστημα αυτό.

Αν το πλάνο λειτουργίας της λύσης του SEPP που προκύψει σε κάποια επανάληψη έχει ήδη μελετηθεί και συγκριθεί με κάποιο άλλο πλάνο λειτουργίας, τότε θα συγκρίνουμε μόνο τα διαστήματα αυτά, που ήταν πιο οικονομικά και δεν τα ακυρώσαμε μέσω ισχυουσών ανισοτήτων, με το πλάνο λειτουργίας της λύσης του ISOP αυτής της επανάληψης.

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν στο SEPP τα διαστήματα για τις τιμές των προσφορών στα οποία το πλάνο παραγωγής της λύσης του SEPP είναι ακριβότερη (και όχι προτιμητέα) από της λύσης του ISOP. Ορίζουμε τις βοηθητικές δυαδικές μεταβλητές $g\#_{1,t}$ και $h\#_{1,t}$ (σχέσεις (4.7) και (4.8)), οι οποίες χρησιμοποιούνται για να περιγράψουμε στο SEPP τα διαστήματα για τις τιμές προσφοράς.

$$g\#_{1,t} \geq \frac{p_{1,t} - (\kappa\acute{\alpha}\tau\omega\ \tau\iota\mu\acute{\eta}\ \delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma - 1)}{P - (\kappa\acute{\alpha}\tau\omega\ \tau\iota\mu\acute{\eta}\ \delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma - 1)} \tag{4.7}$$

$$h\#_{1,t} \geq \frac{(\pi\acute{\alpha}\nu\omega\ \tau\iota\mu\acute{\eta}\ \delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma + 1) - p_{1,t}}{(\pi\acute{\alpha}\nu\omega\ \tau\iota\mu\acute{\eta}\ \delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma + 1) - c_1} \tag{4.8}$$

Το $g\#_{1,t}$ παίρνει την τιμή 1 όταν το $p_{1,t}$ είναι μεγαλύτερο ή ίσο με την κάτω τιμή του διαστήματος, στο οποίο δεν αλλάζει το πλάνο παραγωγής, και μηδέν διαφορετικά. Το $h\#_{1,t}$ παίρνει την τιμή 1 όταν το $p_{1,t}$ είναι μικρότερο ή ίσο με την πάνω τιμή του διαστήματος, στο οποίο δεν αλλάζει το πλάνο παραγωγής, και μηδέν διαφορετικά.

Στη συνέχεια για να περιγράψουμε στο SEPP ότι ένα πλάνο παραγωγής δεν είναι προτιμητέο σε κάποιο διάστημα των τιμών προσφοράς, πρέπει να εισάγουμε έναν όρο ακόμα στην αντικειμενική συνάρτηση του παραγωγού, ο οποίος θα την κάνει αρνητική όταν θα χρησιμοποιήσει ένα τέτοιο μη προτιμητέο πλάνο παραγωγής. Αυτό το πετυχαίνουμε με την εισαγωγή μίας δυαδικής μεταβλητής (a) πολλαπλασιασμένης με έναν μεγάλο αρνητικό αριθμό (–Μ) και εισάγωντας την κατάλληλη ισχύουσα ανισότητα, που περιγράφει ένα πλάνο παραγωγής σε κάποιο διάστημα, που θα κάνει την μεταβλητή αυτή 1 όταν το πλάνο παραγωγής δεν είναι προτιμητέο. Χρησιμοποιούνται ισχύουσες ανισότητες της μορφής της σχέσης (4.9).

Για παράδειγμα, έστω ότι θέλουμε να περιγράψουμε στο SEPP ότι για $53 \leq p_{1,1} \leq 60$ & $49 \leq p_{1,2} \leq 59$ & $60 \leq p_{1,3} \leq 65$ & $55 \leq p_{1,4} \leq 63$, το παρακάτω πλάνο λειτουργίας δεν είναι προτιμητέο.

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$z_{1,t}$	1	1	1	1
$z_{2,t}$	1	0	1	1
$z_{3,t}$	1	1	0	1
$z_{4,t}$	0	1	0	0

Οι ισχύουσες ανισότητες που το περιγράφουν αυτό είναι οι εξής:

$g\#_{1,1} \geq (p_{1,1} - 52)/(100 - 52)$

$h\#_{1,1} \geq (61 - p_{1,1})/(61 - 40)$

$g\#_{1,2} \geq (p_{1,2} - 48)/(100 - 48)$

$h\#_{1,2} \geq (60 - p_{1,2})/(60 - 40)$

$g\#_{1,3} \geq (p_{1,3} - 59)/(100 - 59)$

$h\#_{1,3} \geq (66 - p_{1,3})/(66 - 40)$

$g\#_{1,4} \geq (p_{1,4} - 54)/(100 - 54)$

$h\#_{1,4} \geq (64 - p_{1,4})/(64 - 40)$

$$a \geq \sum_{t=1}^{4} g\#_{1,t} + \sum_{t=1}^{4} h\#_{1,t} + z_{1,1} + z_{1,2} + z_{1,3} + z_{1,4} + z_{2,1} - z_{2,2} + z_{2,3} + z_{2,4} + z_{3,1} + z_{3,2} - z_{3,3} + z_{3,4} - z_{4,1} + z_{4,2} - z_{4,3} - z_{4,4} - 18 \tag{4.9}$$

Στην σχέση (4.9) προσθέτουμε τα $z_{i,t}$ (μονάδες i που συμμετέχουν στην περίοδο t) και αφαιρούμε τα $z_{j,t}$ (μονάδες j που δεν συμμετέχουν στην περίοδο t) του μη προτιμητέου πλάνου λειτουργίας. Ο αριθμός που αφαιρείται στο τέλος είναι τέτοιος ώστε όταν η σχέση πάρει τη μέγιστη δυνατή τιμή της μετά την αφαίρεσή του να γίνει μονάδα, ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση να είναι μικρότερη ή ίση με το 0. Η σχέση (4.9) παίρνει την τιμή 1 εξαναγκάζοντας και το a να πάρει την ίδια τιμή όταν το πλάνο λειτουργίας είναι το παραπάνω μη προτιμητέο και τα $p_{1,t}$ είναι μέσα στο διάστημα που ορίζεται από τα $g\#_{1,t}$ και $h\#_{1,t}$. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση παίρνει τιμή μικρότερη ή ιση με το 0 αφήνοντας το a να διαλέξει ανάμεσα στις τιμές που μπορεί να πάρει (0 και 1), καταλήγοντας να πάρει την τιμή 0 γιατί μόνο αυτή ικανοποιεί το στόχο της αντικειμενικής συνάρτησης του παραγωγού.

Οι σχέσεις (4.10) και (4.11) είναι οι αντικειμενικές συναρτήσεις του πρώτου (*pay-as-bid*) και του δεύτερου τρόπου αποζημίωσης (*smp*), αντίστοιχα, με τον όρο που χρησιμεύει στην προσθήκη ισχυουσών ανισοτήτων για την απόρριψη ακριβών πλάνων λειτουργίας.

$$Max_{p_{1,t}}\ F = \sum_{t=1}^{T} \left(p_{1,t} - c_1\right) * q_{1,t} - a * M \tag{4.10}$$

$$Max_{p_{1,t}}\ F = \sum_{t=1}^{T} (smp_t - c_1) * q_{1,t} - a * M \tag{4.11}$$

4.6 Αλγόριθμος επίλυσης του διεπίπεδου προβλήματος

Βήμα 1^{ο}: Προσδιορισμός άνω και κάτω ορίου για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου (μέσω του αλγορίθμου που περιγράφηκε στην ενότητα 4.3).

Βήμα 2^{ο}: Εύρεση των καταστάσεων λειτουργίας για κάθε περίοδο που μπορούν να ικανοποιήσουν τη ζήτηση, ανάλυση των περιοχών τους ως προς την αλλαγή της παραγόμενης ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού, κατασκευή ισχυουσών ανισοτήτων που περιγράφουν αυτήν την ανάλυση και καταγραφή τους σε αρχείο (μέσω του αλγορίθμου που περιγράφηκε στην ενότητα 4.4).

Βήμα 3^{ο}: Λύνουμε το ISOP με τιμές προσφοράς ίσες με τα άνω όρια κάθε περιόδου (αυτές που προσδιορίστηκαν στο Βήμα 1), έτσι ώστε να βρούμε ένα άνω όριο για το κόστος του ISO.

Βήμα 4^{ο}: Εισάγουμε τα αποτελέσματα του 1^{ου} , του 2^{ου} και του 3^{ου} βήματος στο SEPP.

Βήμα 5^{ο}: Λύνουμε το SEPP και παίρνουμε σαν λύση τις τιμές των προσφορών του στρατηγικού παραγωγού, την κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου και το κέρδος του στρατηγικού παραγωγού.

Βήμα 6^{ο}: Με τις τιμές των προσφορών που μας έδωσε το SEPP λύνουμε το ISOP. Αν η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου και το κέρδος που δίνει σαν λύση το ISOP είναι ίδια με αυτά που έδωσε το SEPP, τότε αυτή είναι η βέλτιστη λύση και τερματίζει ο αλγόριθμος. Επίσης αν το κέρδος είναι ίδιο με κάποιο που έχει δώσει σαν λύση το ISOP σε προηγούμενη επανάληψη, τότε εκείνη η λύση που είχε δώσει το ISOP είναι η βέλτιστη λύση και τερματίζει ο αλγόριθμος. Σε διαφορετική περίπτωση (δήλαδη αν η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου ή/και το κέρδος που δίνει σαν λύση το ISOP είναι διαφορετικά από αυτά που έδωσε το SEPP) προχωράμε στο επόμενο βήμα.

Βήμα 7^{ο}: Προσθέτουμε στο SEPP ισχύουσες ανισότητες (του πρώτου τρόπου) που να του περιγράφουν το πλάνο παραγωγής στην περιοχή πάνω και κάτω από την λύση που έδωσε το ISOP, καθώς και το εύρος των προσφορών στο οποίο αυτές παραμένουν οι ίδιες. Επιπλεόν, προσθέτουμε και ισχύουσες ανισότητες (του δεύτερου τρόπου) που του περιγράφουν για ποιες τιμές προσφορών το πλάνο παραγωγής του SEPP δεν είναι προτιμητέο από αυτό του ISOP. (Η προσθήκη γίνεται με το τρόπο που περιγράφηκε στην ενότητα 4.5.) Επιστρέφουμε στο Βήμα 5.

5 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Στην ενότητα αυτή, δείχνουμε την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας, χρησιμοποιώντας μία ελαφρώς τροποποιημένη μορφοποίηση του διεπίπεδου προβλήματος από αυτή που αναλύθηκε στην ενότητα 3. Η πρώτη διαφοροποίηση είναι ότι προστίθεται ο περιορισμός (4.1), ο οποίος καθορίζει μία μέγιστη τιμή για το κόστος της υλοποίησης της ζήτησης από τον ISO (αντικειμενική συνάρτηση του ISOP). Η δεύτερη είναι ότι ο περιορισμός (3.2) που καθορίζει ένα κάτω και ένα άνω όριο στις τιμές προσφοράς του στρατηγικού παραγωγού αντικαθίσταται από τον περιορισμό (4.2), ο οποίος καθορίζει στενότερα όρια.

Έξετάζουμε λοιπόν ένα παράδειγμα με 4 μονάδες παραγωγής ενέργειας και χρονικό ορίζοντα 4 περιόδων. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά (τεχνικό ελάχιστο και τεχνικό μέγιστο, σε MWh) και το κόστος εκκίνησης (σε €) των μονάδων παραγωγής για κάθε χρονική περίοδο παρουσιάζονται στον Πίνακα 5-1. Οι τιμές προσφοράς (σε €/MWh) καθώς και η ζήτηση για ενέργεια (σε MWh) για κάθε χρονική περίοδο παρουσιάζονται στον Πίνακα 5-2. Το μεταβλητό κόστος (κόστος παραγωγής) του μεμονωμένου παραγωγού είναι 40 €/MWh, και το άνω όριο στην τιμή προσφοράς είναι 100 €/MWh.

Μονάδα (i)	m_i	k_i	s_i
1	240	400	1100
2	200	500	1200
3	100	300	1000
4	150	350	1300

Πίνακας 5-1: Τεχνικά χαρακτηριστικά και κόστη εκκίνησης των μονάδων παραγωγής

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$p_{2,t}$	58	55	68	60
$p_{3,t}$	54	50	65	69
$p_{4,t}$	62	60	58	56
d_t	1000	900	850	1050

Πίνακας 5-2 : Τιμές προσφοράς των παραγωγών και ζήτηση για κάθε περίοδο λειτουργίας

5.1 Εφαρμογή για τον πρώτο τρόπο αποζημίωσης-εκκαθάρισης: *pay-as-bid*

Το μαθηματικό μοντέλο MM1 μετά τις προσθήκες και τις τροποποιήσεις που υπέστει κατέληξε να είναι το MM1T με το οποίο πραγματοποιείται η επίλυση για τον πρώτο τρόπο αποζημίωσης των παραγωγών (*pay-as-bid*) και παρατίθεται παρακάτω.

$$Max_{p_{1,t}}\ F = \sum_{t=1}^{T} \left(p_{1,t} - c_1\right) * q_{1,t} - a * M \qquad (4.10)$$

$$\text{s.t.}\ \ f \leq cost \qquad (4.1)$$

$$c_{1,t} \leq p_{1,t} \leq P_t, \quad \forall t \qquad (4.2)$$

$$p_{1,t}\ ακέραιες\ μεταβλητές, \quad \forall t \qquad (3.3)$$

$$(z_{i,t}, q_{i,t}) \in arg\,min_{z_{i,t}, q_{i,t}}\ f = \sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T}\left(p_{i,t} * q_{i,t} + s_i * y_{i,t}\right) \qquad (3.4)$$

$$\text{s.t.}\ \ \textstyle\sum_{i=1}^{I} q_{i,t} = d_t, \quad \forall t \qquad (3.5)$$

$$m_i * z_{i,t} \leq q_{i,t} \leq k_i * z_{i,t}, \quad \forall i, t \qquad (3.6)$$

$$y_{i,t} \geq z_{i,t} - z_{i,t-1}, \quad \forall i, t \qquad (3.7)$$

$$z_{i,t}, y_{i,t}\ δυαδικές\ μεταβλητές, \quad \forall i, t \qquad (3.8)$$

$$q_{i,t} \geq 0, \quad \forall i, t \qquad (3.9)$$

Αρχικά βρίσκουμε στενότερα όρια για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου με τον τρόπο που περιγράφηκε στην ενότητα 4.3 (περιορισμός (4.2)). Τα όρια είναι κοινά και για τους δυό τρόπους αποζημίωσης-εκκαθάρισης του συστήματος, γιατί βασίζονται στην αντικειμενική συνάρτηση του διαχειριστή του συστήματος (ISO), η οποία είναι η ίδια και στους δύο τρόπους. Η διαδικασία εύρεσης παρατίθεται αναλυτικά στο Παράρτημα 7.1. Οι παρακάτω πίνακες παρουσιάζουν συνοπτικά τα αποτελέσματα της διαδικασίας.

	t = 1			t = 2		
	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f
	100	0	226650	100	0	226650
	40	400	219750	40	400	222300
	57	400	226550	50	400	226300
$maxp_{1,t\,(q=k)}$	57			50		
$minp_{i,t\,(i\neq 1)}$	54			50		
$c_{1,t}$	**53**			**49**		

Πίνακας 5-3 : Επισκόπηση της διαδικασίας εύρεσης του κάτω ορίου για τις τιμές προσφοράς (t = 1, t = 2)

	t = 3			t = 4		
	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f
	100	0	226650	100	0	226650
	40	400	218350	40	400	217950
	60	400	226350	61	240	226190
				60	400	225950
$maxp_{1,t\,(q=k)}$	60			60		
$minp_{i,t\,(i\neq 1)}$	58			56		
$c_{1,t}$	**57**			**55**		

Πίνακας 5-4: Επισκόπηση της διαδικασίας εύρεσης του κάτω ορίου για τις τιμές προσφοράς (t = 3, t = 4)

	t = 1			t = 2		
	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f
	40	400	193800	40	400	193800
	100	0	202800	100	0	201650
	63	240	202300	60	240	201000
	66	0	202800	63	0	201650
	65	240	202680	62	240	201480
P_t	**65**			**62**		

Πίνακας 5-5: Επισκόπηση της διαδικασίας εύρεσης του άνω ορίου για τις τιμές προσφοράς (t = 1, t = 2)

	t = 3			t = 4		
	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f	$p_{1,t}$	$q_{1,t}$	f
	40	400	193800	40	400	193800
	100	0	204300	100	0	203600
	67	300	203800	65	240	203000
	69	0	204300	68	0	203600
	68	300	204100	67	240	203480
P_t	**68**			**67**		

Πίνακας 5-6: Επισκόπηση της διαδικασίας εύρεσης του άνω ορίου για τις τιμές προσφοράς (t = 3, t = 4)

Στη συνέχεια βρίσκουμε όλες τις καταστάσεις λειτουργίας κάθε περιόδου που είναι ικανές να καλύψουν τη ζήτηση για την περίοδο αυτή, εξετάζουμε τα σημεία αλλαγής της παραγόμενης ποσότητας ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού, κατασκευάζουμε ισχύουσες ανισότητες και τις προσθέτουμε στο SEPP με τον τρόπο που περιγράφηκε στην ενότητα 4.4. Ο πίνακας με τα αποτελέσματα της ανάλυσης των καταστάσεων λειτουργίας κάθε περιόδου, που είναι ικανές να ικανοποιήσουν τη ζήτηση, είναι ο παρακάτω, ενώ η ακριβής μέθοδος της ανάλυσης με τα αποτελέσματά της παρατίθεται στο Παράρτημα 7.2. Τα αποτελέσματα του πίνακα δείχνουν το μέγιστο κέρδος που μπορεί να αποκομίσει ο στρατηγικός παραγωγός για οποιαδήποτε τιμή προσφοράς, που ανήκει στο διάστημα των εφικτών τιμών προσφοράς και την τιμή με την οποία το επιτυγχάνει στο πρόβλημα της μίας περιόδου.

t	Κατάσταση λειτουργίας	$p_{1,t}$	$q_{i,t}$	$F(p_{1,t})$	$maxF$
1	1,1,1,0	[53,58]	(400,300,300,0)	5200 + ($p_{1,t}$-53)*400	7200
		(58,65]	(240,460,300,0)	4320 + ($p_{1,t}$-58)*240	6000
1	1,0,1,1	[53,62]	(400,0,300,300)	5200 + ($p_{1,t}$-53)*400	8800
		(62,65]	(350,0,300,350)	7700 + ($p_{1,t}$-62)*350	8750
1	1,1,1,1	[53,54]	(400,200,250,150)	5200 + ($p_{1,t}$-53)*400	5600
		(54,58]	(350,200,300,150)	4900 + ($p_{1,t}$-54)*350	6300
		(58,65]	(240,310,300,150)	4320 + ($p_{1,t}$-58)*240	6000
1	1,1,0,1	[53,58]	(400,450,0,150)	5200 + ($p_{1,t}$-53)*400	7200
		(58,62]	(350,500,0,150)	4900 + ($p_{1,t}$-58)*350	7700
		(62,65]	(240,500,0,260)	5280 + ($p_{1,t}$-62)*240	6000
2	1,1,1,0	[49,55]	(400,200,300,0)	3600 + ($p_{1,t}$-49)*400	6000

		(55,62]	(240,360,300,0)	3600 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*240	5280
2	1,1,0,0	[49,62]	(400,500,0,0)	3600 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-49)*400	8800
2	1,0,1,1	[49,60]	(400,0,300,200)	3600 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-49)*400	8000
		(60,62]	(250,0,300,350)	5000 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-60)*250	5500
2	1,1,1,1	[49,50]	(400,200,150,150)	3600 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-49)*400	4000
		(50,55]	(250,200,300,150)	2500 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-50)*250	3750
		(55,62]	(240,210,300,150)	3600 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*240	5280
2	1,1,0,1	[49,55]	(400,350,0,150)	3600 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-49)*400	6000
		(55,60]	(250,500,0,150)	3750 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*250	5000
		(60,62]	(240,500,0,160)	4800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-60)*240	5280
3	1,0,1,1	[57,65]	(400,0,100,350)	6800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-57)*400	10000
		(65,68]	(240,0,260,350)	6000 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-65)*240	6720
3	1,1,1,0	[57,65]	(400,200,250,0)	6800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-57)*400	10000
		(65,68]	(350,200,300,0)	8750 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-65)*350	9800
3	1,1,0,0	[57,68]	(400,450,0,0)	6800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-57)*400	11200
3	1,1,0,1	[57,58]	(400,200,0,250)	6800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-57)*400	7200
		(58,68]	(300,200,0,350)	5400 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-58)*300	8400
3	1,1,1,1	[57,58]	(400,200,100,150)	6800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-57)*400	7200
		(58,68]	(240,200,100,310)	4320 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-58)*240	6720
4	1,1,0,1	[55,60]	(400,300,0,350)	6000 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*400	8000
		(60,67]	(240,460,0,350)	4800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-60)*240	6480
4	1,0,1,1	[55,67]	(400,0,300,350)	6000 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*400	10800
4	1,1,1,0	[55,67]	(400,500,150,0)	6000 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*400	10800
4	1,1,1,1	[55,60]	(400,200,100,350)	6000 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-55)*400	8000
		(60,67]	(240,360,100,350)	4800 + ($\boldsymbol{p}_{1,t}$-60)*240	6480

Πίνακας 5-7: Πίνακας αποτελεσμάτων της ανάλυσης των καταστάσεων λειτουργίας που μπορούν να ικανοποιήσουν τη ζήτηση κάθε περιόδου (*pay-as-bid*)

Το πρόβλημα του διαχειριστή του συστήματος (ISOP) έχει ως αντικειμενική συνάρτηση την σχέση (3.4) και ως περιορισμούς τις σχέσεις (3.5) – (3.9). Το λύνουμε για τιμές προσφορών ίσες με τα άνω όρια που προσδιορίστηκαν (P_t), έτσι ώστε το κόστος του ISOP να είναι το μέγιστο δυνατό, περιορισμός (4.1) ($f \leq cost = 226650$).

Στην επίλυση χρησιμοποιήθηκε μόνο ο πρώτος τρόπος εισαγωγής ισχυουσών ανισοτήτων της ενότητας 4.5. Το πρόβλημα του στρατηγικού παραγωγού ενέργειας (SEPP) έχει ως αντικειμενική συνάρτηση την σχέση (4.10) και ως περιορισμούς τις σχέσεις (4.1), (4.2), (3.3) – (3.9). Επιπλέον, προσθέτω τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν τα αποτελέσματα της ανάλυσης των καταστάσεων λειτουργίας κάθε περιόδου του Πίνακα 5–7. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει την μείωση του εφικτού πεδίου λύσεων του διεπίπεδου προβλήματος με την εισαγωγή των περιορισμών (4.1), (4.2) και των ισχυουσών ανισοτήτων που περιγράφουν το πρόβλημα της μίας περιόδου, παρόλο που αυτά δεν είναι μέρος της αρχικής μορφοποίησης.

Χρήση ή όχι περιορισμών (4.1), (4.2) και ισχυουσών ανισοτήτων μίας περιόδου	**Χρόνος επίλυσης (sec)**	**Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης *F***
Τίποτα	1	40800
Μόνο ο (4.1)	326	35600
(4.2) και ανισότητες	2	35600
Όλα	6	31600

Πίνακας 5-8: Χρόνοι επίλυσης και τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για χρήση ή όχι των περιορισμών (4.1), (4.2) και των ισχυουσών ανισοτήτων μίας περιόδου (*pay-as-bid*)

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται οι τρεις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου με τα αποτελέσματά τους (Βήματα 5 - 7).

		SEPP	$\boldsymbol{z_{i,t}}$ **(SEPP)**	**ISOP**	$\boldsymbol{z_{i,t}}$ **(ISOP)**
1	$\boldsymbol{p_{1,t}}$	(58,60,64,57)	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0		$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
	$\boldsymbol{q_{1,t}}$	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,0,1,1	(240,240,300,400)	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
	$\boldsymbol{F}$	31600	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1	23120	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1
			$z_{i,4}$ = 1,1,0,1		$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
	Cuts	$53 \leq p_{1,1} \leq 59$	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0		
		$49 \leq p_{1,2} \leq 61$	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0		
		$60 \leq p_{1,3} \leq 65$	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1		
		$55 \leq p_{1,4} \leq 58$	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1		
2	$\boldsymbol{p_{1,t}}$	(58,56,65,60)	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0		$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
	$\boldsymbol{q_{1,t}}$	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,0,1,1	(400,240,300,340)	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
	$\boldsymbol{F}$	31600	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1	25340	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1
			$z_{i,4}$ = 1,1,0,1		$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
	Cuts	$53 \leq p_{1,1} \leq 58$	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0		

		$49 \leq p_{1,2} \leq 57$	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0		
		$60 \leq p_{1,3} \leq 66$	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1		
		$55 \leq p_{1,4} \leq 63$	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1		
3	$\boldsymbol{p_{1,t}}$	(56,58,65,60)	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0		$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
	$\boldsymbol{q_{1,t}}$	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,0,1,1	(400,240,300,400)	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
	F	31600	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1	26220	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1
			$z_{i,4}$ = 1,1,0,1		$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
	Cuts	$53 \leq p_{1,1} \leq 58$	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0		
		$49 \leq p_{1,2} \leq 60$	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0		
		$60 \leq p_{1,3} \leq 66$	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1		
		$55 \leq p_{1,4} \leq 63$	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1		

Πίνακας 5-9: Εξέλιξη του προτεινόμενου αλγορίθμου για το παράδειγμα των 4 μονάδων παραγωγής με τις 4 περιόδους λειτουργίας (*pay-as-bid*)

Ο αλγόριθμος συνεχίζει και σε 26 συνολικά επαναλήψεις τερματίζει έχοντας βρει την βέλτιστη λύση για το παράδειγμα των 4 μονάδων παραγωγής με τις 4 περιόδους λειτουργίας, η οποία είναι η εξής:

$\boldsymbol{p_{1,t}}$	(58,55,67,60)
$\boldsymbol{z_{i,t}}$ **(ISOP)**	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
	$z_{i,3}$ = 1,1,0,1
	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
$\boldsymbol{q_{1,t}}$	(400,400,400,400)
F	29300

5.2 Εφαρμογή για τον δεύτερο τρόπο αποζημίωσης-εκκαθάρισης: *smp-uniform*

Το μαθηματικό μοντέλο ΜΜ2 μετά τις προσθήκες και τις τροποποιήσεις που υπέστει κατέληξε να είναι το ΜΜ2Τ με το οποίο πραγματοποιείται η επίλυση για τον δεύτερο τρόπο αποζημίωσης των παραγωγών (πληρωμή ίση με την οριακή τιμή του συστήματος) και παρατίθεται παρακάτω.

$$Max_{p_{1,t}}\ F = \sum_{t=1}^{T} (smp_t - c_1) * q_{1,t} - a * M \tag{4.11}$$

$$\text{s.t.}\ \ f \leq cost \tag{4.1}$$

$$c_{1,t} \leq p_{1,t} \leq P_t, \quad \forall t \tag{4.2}$$

$$p_{1,t} \; ακέραιες \; μεταβλητές, \quad \forall t \tag{3.3}$$

$$smp_t \; συνεχείς \; μεταβλητές, \quad \forall t \tag{3.11}$$

$$(z_{i,t}, q_{i,t}) \in arg\,min_{z_{i,t}, q_{i,t}} \; f = \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{T} \left(p_{i,t} * \; q_{i,t} + s_i * y_{i,t}\right) \tag{3.4}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{I} q_{i,t} = d_t, \quad \forall t \tag{3.5}$$

$$m_i * z_{i,t} \leq q_{i,t} \leq k_i * z_{i,t}, \quad \forall i, t \tag{3.6}$$

$$y_{i,t} \geq z_{i,t} - z_{i,t-1}, \quad \forall i, t \tag{3.7}$$

$$z_{i,t}, y_{i,t} \; δυαδικές \; μεταβλητές, \quad \forall i, t \tag{3.8}$$

$$q_{i,t} \geq 0, \quad \forall i, t \tag{3.9}$$

$$\frac{q_{i,t} - m_i}{k_i - m_i} \leq w_{i,t} \leq \left(q_{i,t} - m_i * z_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \tag{3.12}$$

$$\frac{k_i - q_{i,t}}{k_i} \leq v_{i,t} \leq \left(k_i - q_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned} smp_t &\geq p_{i,t} - \left(2 - w_{i,t} - v_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \\ smp_t &\leq p_{i,t} + \left(2 - w_{i,t} - v_{i,t}\right) * M, \quad \forall i, t \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned} & smp_t \geq p_{i,t} - \left(1 + w_{i,t} - z_{i,t}\right) * M - \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} < p_{i,t}} \left(z_{j,t} - w_{j,t}\right) * M - \\ & \textstyle\sum_{j \neq i} \left(w_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \\ & smp_t \leq p_{i,t} + \left(1 + w_{i,t} - z_{i,t}\right) * M + \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} < p_{i,t}} \left(z_{j,t} - w_{j,t}\right) * M + \\ & \textstyle\sum_{j \neq i} \left(w_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned} & smp_t \geq p_{i,t} - \left(1 + v_{i,t} - z_{i,t}\right) * M - \textstyle\sum_{j \neq i} \left(z_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M - \\ & \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} > p_{i,t}} \left(1 - v_{j,t}\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \\ & smp_t \leq p_{i,t} + \left(1 + v_{i,t} - z_{i,t}\right) * M + \textstyle\sum_{j \neq i} \left(z_{j,t} + v_{j,t} - 1\right) * M + \\ & \textstyle\sum_{j \neq i, p_{j,t} > p_{i,t}} \left(1 - v_{j,t}\right) * M, \quad \forall i, j \neq i, t \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$w_{i,t}, v_{i,t} \; δυαδικές \; μεταβλητές, \quad \forall i, t \tag{3.17}$$

Αρχικά βρίσκουμε στενότερα όρια για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου με τον τρόπο που περιγράφηκε στην ενότητα 4.3 (περιορισμός (4.2)). Τα όρια είναι κοινά και για τους δυό τρόπους αποζημίωσης-εκκαθάρισης του συστήματος, γιατί βασίζονται στην αντικειμενική συνάρτηση του διαχειριστή του συστήματος (ISO), η οποία είναι η ίδια και στους δύο τρόπους. Επομένως τα άνω και κάτω όρια είναι αυτά που βρίκαμε στην προηγούμενη ενότητα, δηλαδή $53 \leq p_{1,1} \leq 65, 49 \leq p_{1,2} \leq 62$, $57 \leq p_{1,3} \leq 68, 55 \leq p_{1,4} \leq 67$.

Στη συνέχεια βρίσκουμε όλες τις καταστάσεις λειτουργίας κάθε περιόδου που είναι ικανές να καλύψουν τη ζήτηση για την περίοδο αυτή, εξετάζουμε τα σημεία αλλαγής της παραγόμενης ποσότητας ενέργειας του στρατηγικού παραγωγού, κατασκευάζουμε ισχύουσες ανισότητες και τις προσθέτουμε στο SEPP με τον τρόπο που περιγράφηκε στην ενότητα 4.4. Ο πίνακας με τα αποτελέσματα της ανάλυσης των καταστάσεων λειτουργίας που είναι ικανές να καλύψουν τη ζήτηση κάθε περιόδου είναι ο παρακάτω, ενώ η ακριβής μέθοδος της ανάλυσης με τα αποτελέσματά της παρατίθεται στο Παράρτημα 7.2. Στον πίνακα φαίνεται το μέγιστο κέρδος που μπορεί να αποκομίσει ο στρατηγικός παραγωγός για οποιαδήποτε τιμή προσφοράς, που ανήκει στο διάστημα των εφικτών τιμών προσφοράς και για ποια τιμή το επιτυγχάνει στο πρόβλημα της μίας περιόδου. Επίσης σε κάθε περίπτωση φαίνεται και η οριακή τιμή εκκαθάρισης του συστήματος.

t	**Κατάσταση λειτουργίας**	$p_{1,t}$	$q_{i,t}$	smp_t	F	$maxF$
1	1,1,1,0	[53,58]	(400,300,300,0)	58	7200	7200
		(58,65]	(240,460,300,0)	58	4320	4320
1	1,0,1,1	[53,62]	(400,0,300,300)	62	8800	8800
		(62,65]	(350,0,300,350)	$p_{1,t}$	7700 + ($p_{1,t}$-62)*350	8750
1	1,1,1,1	[53,54]	(400,200,250,150)	54	5600	5600
		(54,58]	(350,200,300,150)	$p_{1,t}$	4900 + ($p_{1,t}$-54)*350	6300
		(58,65]	(240,310,300,150)	58	4320	4320
1	1,1,0,1	[53,58]	(400,450,0,150)	58	7200	7200
		(58,62]	(350,500,0,150)	$p_{1,t}$	6300 + ($p_{1,t}$-58)*350	7700
		(62,65]	(240,500,0,260)	62	5280	5280
2	1,1,1,0	[49,55]	(400,200,300,0)	55	6000	6000
		(55,62]	(240,360,300,0)	55	3600	5280
2	1,1,0,0	[49,55]	(400,500,0,0)	55	6000	6000
		(55,62]	(400,500,0,0)	$p_{1,t}$	6000 + ($p_{1,t}$-55)*400	8800
2	1,0,1,1	[49,60]	(400,0,300,200)	60	8000	8000
		(60,62]	(250,0,300,350)	$p_{1,t}$	5000 + ($p_{1,t}$-60)*250	5500
2	1,1,1,1	[49,50]	(400,200,150,150)	50	4000	4000

		(50,55]	(250,200,300,150)	$p_{1,t}$	2500 + ($p_{1,t}$-50)*250	3750
		(55,62]	(240,210,300,150)	55	3600	3600
2	1,1,0,1	[49,55]	(400,350,0,150)	55	6000	6000
		(55,60]	(250,500,0,150)	$p_{1,t}$	3750 + ($p_{1,t}$-55)*250	5000
		(60,62]	(240,500,0,160)	60	4800	4800
3	1,0,1,1	[57,58]	(400,0,100,350)	65	10000	10000
		(58,65]	(400,0,100,350)	65	10000	10000
		(65,68]	(240,0,260,350)	65	6000	6000
3	1,1,1,0	[57,65]	(400,200,250,0)	65	10000	10000
		(65,68]	(350,200,300,0)	$p_{1,t}$	8750 + ($p_{1,t}$-65)*350	9800
		(68,68]	(240,310,300,0)	68	6720	6720
3	1,1,0,0	[57,68]	(400,450,0,0)	68	11200	11200
		(68,68]	(350,500,0,0)	$p_{1,t}$	9800 + ($p_{1,t}$-68)*350	9800
3	1,1,0,1	[57,58]	(400,200,0,250)	58	7200	7200
		(58,68]	(300,200,0,350)	$p_{1,t}$	5400 + ($p_{1,t}$-58)*300	8400
		(68,68]	(240,260,0,350)	68	6720	6720
3	1,1,1,1	[57,58]	(400,200,100,150)	58	7200	7200
		(58,68]	(240,200,100,310)	58	4320	4320
4	1,1,0,1	[55,60]	(400,300,0,350)	60	8000	8000
		(60,67]	(240,460,0,350)	60	4800	4800
4	1,0,1,1	[55,67]	(400,0,300,350)	69	11600	11600
4	1,1,1,0	[55,67]	(400,500,150,0)	69	11600	11600
4	1,1,1,1	[55,60]	(400,200,100,350)	60	8000	8000
		(60,67]	(240,360,100,350)	60	4800	4800

Πίνακας 5-10: Πίνακας αποτελεσμάτων της ανάλυσης των καταστάσεων λειτουργίας που μπορούν να ικανοποιήσουν τη ζήτηση κάθε περιόδου (*smp*)

Το πρόβλημα του διαχειριστή του συστήματος (ISOP) έχει ως αντικειμενική συνάρτηση την σχέση (3.4) και ως περιορισμούς τις σχέσεις (3.5) – (3.9). Το λύνω για τιμές προσφορών ίσες με τα άνω όρια που προσδιορίστηκαν (P_t), έτσι ώστε το κόστος του ISOP να είναι το μέγιστο δυνατό, περιορισμός (4.1) ($f \leq cost = 226650$). Η τιμή του μέγιστου κόστους είναι ίδια με του πρώτου τρόπου αποζημίωσης, διότι καθορίζεται από το πρόβλημα του ISO που είναι ίδιο και στους δύο τρόπους αποζημίωσης.

Στην επίλυση χρησιμοποιήθηκαν και οι δύο τρόποι εισαγωγής ισχυουσών ανισοτήτων της ενότητας 4.5. Το πρόβλημα του στρατηγικού παραγωγού ενέργειας (SEPP) έχει ως αντικειμενική συνάρτηση την σχέση (4.11) και ως περιορισμούς τις σχέσεις (4.1), (4.2), (3.3), (3.11), (3.4) – (3.9) και (3.12) – (3.18). Επιπλέον προσθέτω τις ισχύουσες ανισότητες που περιγράφουν τα αποτελέσματα της ανάλυσης των καταστάσεων λειτουργίας κάθε περιόδου του Πίνακα 5–10. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει την μείωση του εφικτού πεδίου λύσεων του διεπίπεδου προβλήματος με την εισαγωγή των περιορισμών (4.1), (4.2) και των ισχυουσών ανισοτήτων που περιγράφουν το πρόβλημα της μίας περιόδου, παρόλο που αυτά δεν είναι μέρος της αρχικής μορφοποίησης του προβλήματος.

Χρήση ή όχι περιορισμών (4.1), (4.2) και ισχυουσών ανισοτήτων μίας περιόδου	**Χρόνος επίλυσης (sec)**	**Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης F**
Τίποτα	257590...	38800
Μόνο ο (4.1)	455	35600
(4.2) και ανισότητες	4	34800
Όλα	124	34800

Πίνακας 5-11: Χρόνοι επίλυσης και τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για χρήση ή όχι των περιορισμών (4.1), (4.2) και των ισχυουσών ανισοτήτων μίας περιόδου (*smp*)

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται οι τρεις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου με τα αποτελέσματά τους (Βήματα 5 - 7).

		SEPP	**$z_{i,t}$ (SEPP)**	**ISOP**	**$z_{i,t}$ (ISOP)**
1	$p_{1,t}$	(53,49,58,55)	$z_{i,1}$ = 1,0,1,1		$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
	$q_{1,t}$	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,0,1,1	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
	smp_t	(62,60,65,60)	$z_{i,3}$ = 1,1,1,0	(58,55,65,60)	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1
	F	34800	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1	31200	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
	Cuts	Το πλάνο λειτουργίας	$z_{i,1} \neq$ 1,0,1,1	$53 \leq p_{1,1} \leq 62$	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
		του SEPP είναι μη	$z_{i,2} \neq$ 1,0,1,1	$49 \leq p_{1,2} \leq 57$	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
		προτιμητέο	$z_{i,3} \neq$ 1,1,1,0	$57 \leq p_{1,3} \leq 58$	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1
			$z_{i,4} \neq$ 1,1,0,1	$55 \leq p_{1,4} \leq 67$	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
2	$p_{1,t}$	(59,49,59,55)	$z_{i,1}$ = 1,0,1,1		$z_{i,1}$ = 1,1,1,0
	$q_{1,t}$	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,0,1,1	(400,400,400,400)	$z_{i,2}$ = 1,1,1,0
	smp_t	(62,60,65,60)	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1	(58,55,65,60)	$z_{i,3}$ = 1,0,1,1
	F	34800	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1	31200	$z_{i,4}$ = 1,1,0,1
	Cuts	Το πλάνο λειτουργίας	$z_{i,1} \neq$ 1,0,1,1	$59 \leq p_{1,1} \leq 60$	$z_{i,1}$ = 1,1,1,0

		του SEPP είναι μη	$z_{i,2} \neq 1,0,1,1$	$49 \leq p_{1,2} \leq 49$	$z_{i,2} = 1,1,1,0$
		προτιμητέο	$z_{i,3} \neq 1,0,1,1$	$57 \leq p_{1,3} \leq 59$	$z_{i,3} = 1,0,1,1$
			$z_{i,4} \neq 1,1,0,1$	$55 \leq p_{1,4} \leq 55$	$z_{i,4} = 1,1,0,1$
3	$\boldsymbol{p_{1,t}}$	(53,49,60,56)	$z_{i,1} = 1,1,1,0$		$z_{i,1} = 1,1,1,0$
	$\boldsymbol{q_{1,t}}$	(400,400,400,400)	$z_{i,2} = 1,0,1,1$	(400,400,400,400)	$z_{i,2} = 1,1,1,0$
	$\boldsymbol{smp_t}$	(58,60,65,60)	$z_{i,3} = 1,0,1,1$	(58,55,60,60)	$z_{i,3} = 1,1,0,1$
	$\boldsymbol{F}$	33200	$z_{i,4} = 1,1,0,1$	29200	$z_{i,4} = 1,1,0,1$
	Cuts	Το πλάνο λειτουργίας	$z_{i,1} \neq 1,1,1,0$	$53 \leq p_{1,1} \leq 60$	$z_{i,1} = 1,1,1,0$
		του SEPP είναι μη	$z_{i,2} \neq 1,0,1,1$	$49 \leq p_{1,2} \leq 59$	$z_{i,2} = 1,1,1,0$
		προτιμητέο	$z_{i,3} \neq 1,0,1,1$	$60 \leq p_{1,3} \leq 65$	$z_{i,3} = 1,1,0,1$
			$z_{i,4} \neq 1,1,0,1$	$55 \leq p_{1,4} \leq 63$	$z_{i,4} = 1,1,0,1$

Πίνακας 5-12: Εξέλιξη του προτεινόμενου αλγορίθμου για το παράδειγμα των 4 μονάδων παραγωγής με τις 4 περιόδους λειτουργίας (*smp*)

Ο αλγόριθμος συνεχίζει και σε 9 συνολικά επαναλήψεις τερματίζει έχοντας βρει την βέλτιστη λύση για το παράδειγμα των 4 μονάδων παραγωγής με τις 4 περιόδους λειτουργίας, που είναι η εξής:

$\boldsymbol{p_{1,t}}$	(53,49,58,55)
$\boldsymbol{z_{i,t}}$ **(ISOP)**	$z_{i,1} = 1,1,1,0$
	$z_{i,2} = 1,1,1,0$
	$z_{i,3} = 1,0,1,1$
	$z_{i,4} = 1,1,0,1$
$\boldsymbol{q_{1,t}}$	(400,400,400,400)
$\boldsymbol{smp_t}$	(58,55,65,60)
$\boldsymbol{F}$	31200

Για την υλοποίηση των μοντέλων χρησιμοποιήθηκε το LINGO 13.0. Τα χαρακτηριστικά του υπολογιστή που χρησιμοποιήθηκε είναι τα εξής:

- Επεξεργαστής: Intel(R) Core(TM) i3-380M CPU 2.53GHz
- Εγκατεστημένη μνήμη: 4,00 GB (2,80 GB usable)
- Λογισμικό: Windows 7 Professional 32-bit

6 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Σε αυτή την εργασία παρουσιάζουμε ένα μικτό ακέραιο μη γραμμικό διεπίπεδο μοντέλο βελτιστοποίησης, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βέλτιστη στρατηγική υποβολής προσφορών ενεργειακών παραγωγών στις αγορές ημερήσιου προγραμματισμού ηλεκτρικής ενέργειας πολλαπλών περιόδων λειτουργίας με αδιαιρετότητες. Η χρήση των δυαδικών μεταβλητών για την μοντελοποίηση της κατάστασης λειτουργίας των μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, σε συνδυασμό με την επιβολή ενός κατώτερου ορίου για την ποσότητα ενέργειας, που κάθε μονάδα παρέχει εισερχόμενη στην αγορά, ξεχωρίζει αυτό το μοντέλο από παρόμοια μοντέλα που έχουν μελετηθεί στη σχετική βιβλιογραφία. Χρησιμοποιώντας την ειδική δομή του προβλήματος και τα σημαντικά αποτελέσματα από την θεωρία του παραμετρικού ακέραιου προγραμματισμού, αναπτύξαμε μία συγκεκριμένη αλγοριθμική διαδικασία για την εύρεση της συνολικής βέλτιστης λύσης αυτού του προβλήματος.

Ο αλγόριθμος που προτείνουμε μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλά παρόμοια μοντέλα βελτιστοποίησης υποβολής στρατηγικών προσφορών που περιέχουν συνεχείς ή/και διακριτές μεταβλητές, στα οποία οι μη-γραμμικότητες περιορίζονται μόνο στην αντικειμενική συνάρτηση του άνω επιπέδου. Επιπλέον, η παρούσα μορφοποίηση μπορεί να επεκταθεί περαιτέρω ώστε να συμπεριλάβει πρόσθετες πτυχές του πραγματικού προβλήματος, όπως ο ελάχιστος χρόνος που θα πρέπει να παραμείνει μία μονάδα ανοιχτή ή κλειστή από τη στιγμή της εκκίνησής ή του σβησίματός της αντίστοιχα, και η μέγιστη επιτρεπόμενη μεταβολή της ποσότητας ενέργειας που παράγει μία μονάδα σε δύο διαδοχικές περιόδους. Τελειώνοντας, τονίζεται ότι μελλοντικά θα πρέπει να εκτιμηθεί πειραματικά η υπολογιστική απόδοση του αλγορίθμου σε πραγματικές περιπτώσεις του υπό εξέταση προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΠΙΛΟΓΟΣ

7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

7.1 Διαδικασία εύρεσης άνω και κάτω ορίου των τιμών προσφοράς για κάθε περίοδο

Τα όρια είναι κοινά και για τους δυό τρόπους αποζημίωσης-εκκαθάρισης του συστήματος, γιατί η αντικειμενική συνάρτηση του διαχειριστή του συστήματος (ISO) παραμένει η ίδια.

7.1.1 Προσδιορισμός κάτω ορίου για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου

Για P11=100, P12=100, P13=100, P14=100:
$F = 226650, q_{1,t} = (0,0,0,0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

<u>Περίοδος 1:</u>
Για P11=40, P12=100, P13=100, P14=100:
$F = 219750, q_{1,t} = (400,0,0,0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
219750 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 226650 -> 400*(40 + θ) = 22900 -> 40 + θ = 57,25

Για P11=57, P12=100, P13=100, P14=100:
$F = 226550, q_{1,t} = (400,0,0,0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Την προσφορά που βρήκα παραπάνω (57) την συγκρίνω με την μικρότερη προσφορά των υπολοίπων παραγωγών μειωμένη κατά μία μονάδα (54–1=53) και διαλέγω τη μικρότερη.Άρα το κάτω όριο για το P11 είναι 53. **P11>=53**

Περίοδος 2:

Για P11=100, P12=40, P13=100, P14=100:

$F = 222300, q_{1,t} = (0{,}400{,}0{,}0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$

$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$

$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:

222300 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 226650 -> 400*(40 + θ) = 20350 -> 40 + θ = 50,88

Για P11=100, P12=50, P13=100, P14=100:

$F = 226300, q_{1,t} = (0{,}400{,}0{,}0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$

$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$

$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Την προσφορά που βρήκα παραπάνω (50) την συγκρίνω με την μικρότερη προσφορά των υπολοίπων παραγωγών μειωμένη κατά μία μονάδα (50–1=49) και διαλέγω τη μικρότερη.Άρα το κάτω όριο για το P12 είναι 49. **P12>=49**

Περίοδος 3:

Για P11=100, P12=100, P13=40, P14=100:

$F = 218350, q_{1,t} = (0{,}0{,}400{,}0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$

$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$

$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:

218350 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 226650 -> 400*(40 + θ) = 24300 -> 40 + θ = 60,75

Για P11=100, P12=100, P13=60, P14=100:

$F = 226350, q_{1,t} = (0{,}0{,}400{,}0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Την προσφορά που βρήκα παραπάνω (60) την συγκρίνω με την μικρότερη προσφορά των υπολοίπων παραγωγών μειωμένη κατά μία μονάδα (58–1=57) και διαλέγω τη μικρότερη.Άρα το κάτω όριο για το P13 είναι 57. **P13>=57**

Περίοδος 4:
Για P11=100, P12=100, P13=100, P14=40:
$F = 217950, q_{1,t} = (0,0,0,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
217950 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 226650 -> 400*(40 + θ) = 24700 -> 40 + θ = 61.75

Για P11=100, P12=100, P13=100, P14=61:
$F = 226190, q_{1,t} = (0,0,0,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
217950 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 226190 – 240*61 + 240*(40 + θ) ->
160*(40 + θ) = 9600 -> 40 + θ = 60

Για P11=100, P12=100, P13=100, P14=60:
$F = 225950, q_{1,t} = (0,0,0,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Την προσφορά που βρήκα παραπάνω (60) την συγκρίνω με την μικρότερη προσφορά των υπολοίπων παραγωγών μειωμένη κατά μία μονάδα (56–1=55) και διαλέγω τη μικρότερη.Άρα το κάτω όριο για το P14 είναι 55. **P14>=55**

7.1.2 Προσδιορισμός άνω ορίου για τις τιμές προσφοράς κάθε περιόδου

Για P11=40, P12=40, P13=40, P14=40:

$F = 193800, q_{1,t} = (400,400,400,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

<u>Περίοδος 1:</u>

Για P11=100, P12=40, P13=40, P14=40:

$F = 202800, q_{1,t} = (0,400,400,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 0, 1, 1, 0$

$z_{i,2} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:

193800 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 202800 -> 400*(40 + θ) = 25000 -> 40 + θ = 62.5

Για P11=63, P12=40, P13=40, P14=40:

$F = 202300, q_{1,t} = (240,400,400,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:

202300 – 240*63 + 240*(40 + θ) = 202800 -> 240*(40 + θ) = 15720 -> 40 + θ = 65.5

Για P11=66, P12=40, P13=40, P14=40:

$F = 202800, q_{1,t} = (0,400,400,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 0, 1, 1, 0$

$z_{i,2} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$

$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Για P11=65, P12=40, P13=40, P14=40:
$F = 202680, q_{1,t} = (240{,}400{,}400{,}400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Άρα το άνω όριο για το P11 είναι 65. **P11<=65**

Περίοδος 2:
Για P11=40, P12=100, P13=40, P14=40:
$F = 201650, q_{1,t} = (400{,}0{,}400{,}400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
193800 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 201680 -> 400*(40 + θ) = 23850 -> 40 + θ = 59.63

Για P11=40, P12=60, P13=40, P14=40:
$F = 201000, q_{1,t} = (400{,}240{,}400{,}400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
201000 – 240*60 + 240*(40 + θ) = 201650 -> 240*(40 + θ) = 15050 -> 40 + θ = 62.71

Για P11=40, P12=63, P13=40, P14=40:
$F = 201650, q_{1,t} = (400{,}0{,}400{,}400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Για P11=40, P12=62, P13=40, P14=40:
$F = 201480, q_{1,t} = (400,240,400,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Άρα το άνω όριο για το P12 είναι 62. **P12<=62**

<u>Περίοδος 3:</u>
Για P11=40, P12=40, P13=100, P14=40:
$F = 204300, q_{1,t} = (400,400,0,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
193800 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 204300 -> 400*(40 + θ) = 26500 -> 40 + θ = 66.25

Για P11=40, P12=40, P13=67, P14=40:
$F = 203800, q_{1,t} = (400,400,300,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 1, 0, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
203800 – 300*67 + 300*(40 + θ) = 204300 -> 300*(40 + θ) = 20600 -> 40 + θ = 68.67

Για P11=40, P12=40, P13=69, P14=40:
$F = 204300, q_{1,t} = (400,400,0,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 0, 1, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Για P11=40, P12=40, P13=68, P14=40:
$F = 204100, q_{1,t} = (400,400,300,400)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:

$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 1, 0, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Άρα το άνω όριο για το P13 είναι 68. **P13<=68**

<u>Περίοδος 4:</u>
Για P11=40, P12=40, P13=40, P14=100:
$F = 203600, q_{1,t} = (400,400,400,0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
193800 – 400*40 + 400*(40 + θ) = 203600 -> 400*(40 + θ) = 25800 -> 40 + θ = 64.5

Για P11=40, P12=40, P13=40, P14=65:
$F = 203000, q_{1,t} = (400,400,400,240)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 1, 1, 0, 1$

Λύνουμε την εξίσωση:
203000 – 240*65 + 240*(40 + θ) = 203600 -> 240*(40 + θ) = 16200 -> 40 + θ = 67.5

Για P11=40, P12=40, P13=40, P14=68:
$F = 203600, q_{1,t} = (400,400,400,0)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,3} = 1, 0, 1, 1$
$z_{i,4} = 0, 1, 1, 1$

Για P11=40, P12=40, P13=40, P14=67:
$F = 203480, q_{1,t} = (400,400,400,240)$ και η κατάσταση λειτουργίας κάθε περιόδου είναι:
$z_{i,1} = 1, 1, 1, 0$
$z_{i,2} = 1, 1, 1, 0$

$z_{i,3}$ = 1, 0, 1, 1
$z_{i,4}$ = 1, 1, 0, 1

Άρα το άνω όριο για το P14 είναι 67. **P14<=67**

Το στενότερο διάστημα για τις τιμές προσφορών του παραγωγού στο οποίο βρίσκεται η βέλτιστη λύση του διεπίπεδου προβλήματος είναι:
53 <= P11 <= 65
49 <= P12 <= 62
57 <= P13 <= 68
55 <= P14 <= 67

7.2 Ανάλυση των καταστάσεων λειτουργίας που μπορούν να καλύψουν τη ζήτηση κάθε περιόδου (*pay-as-bid*), όπως προέκυψαν από τον αλγόριθμο εύρεσής τους (ενότητα 4.4)

$\underline{\boldsymbol{t = 1}, \quad \boldsymbol{z_{i,t} = 1, 1, 1, 0}}$
Για P11 = 53: f=54800, Q(t=1)=(400,300,300,0)
Για P11 = 65: f=58480, Q(t=1)=(240,460,300,0)

Λύνουμε την εξίσωση:
54800 – 400*53 + 400*P11 = 58480 – 240*65 + 240*P11 ->
160*P11 = 9280 -> P11 = 58

Για 53 <= P11 <= 58: $maxF$ = (58-40)*400 = 7200
Για 58 <= P11 <= 65: $maxF$ = (65-40)*240 = 6000 (<7200)

$\underline{\boldsymbol{t = 1}, \quad \boldsymbol{z_{i,t} = 1, 0, 1, 1}}$
Για P11 = 53: f=56000, Q(t=1)=(400,0,300,300)
Για P11 = 65: f=60650, Q(t=1)=(350,0,300,350)

Λύνουμε την εξίσωση:
56000 – 400*53 + 400*P11 = 60650 – 350*65 + 350*P11 ->
50*P11 = 3100 -> P11 = 62

Για 53 <= P11 <= 62: $maxF$ = (62-40)*400 = 8800
Για 62 <= P11 <= 65: $maxF$ = (65-40)*350 = 8750 (<8800)

$\boldsymbol{t = 1,} \quad \boldsymbol{z_{i,t} = 1,1,1,1}$

Για P11 = 53: f=55600, Q(t=1)=(400,200,250,150)

Για P11 = 65: f=59080, Q(t=1)=(240,310,300,150)

Λύνουμε την εξίσωση:

55600 – 400*53 + 400*P11 = 59080 – 240*65 + 240*P11 ->

160*P11 = 9080 -> P11 = 56.75

Για P11 = 56.75: f=56962.5, Q(t=1)=(350,200,300,150)

Λύνουμε τις εξισώσεις:

55600 – 400*53 + 400*P11 = 56962.5 – 350*56.75 + 350*P11 ->

50*P11 = 2700 -> P11 = 54

56962.5 – 350*56.75 + 350*P11 = 59080 – 240*65 + 240*P11 ->

110*P11 = 6380 -> P11 = 58

Για 53 <= P11 <= 54: $maxF$ = (54-40)*400 = 5600

Για 54 <= P11 <= 58: $maxF$ = (58-40)*350 = 6300

Για 58 <= P11 <= 65: $maxF$ = (65-40)*240 = 6000 (<6300)

$\boldsymbol{t = 1,} \quad \boldsymbol{z_{i,t} = 1,1,0,1}$

Για P11 = 53: f=56600, Q(t=1)=(400,450,0,150)

Για P11 = 65: f=60720, Q(t=1)=(240,500,0,260)

Λύνουμε την εξίσωση:

56600 – 400*53 + 400*P11 = 60720 – 240*65 + 240*P11 ->

160*P11 = 9720 -> P11 = 60.75

Για P11 = 60.75: f=59562.5, Q(t=1)=(350,500,0,150)

Λύνουμε τις εξισώσεις:

56600 – 400*53 + 400*P11 = 59562.5 – 350*60.75 + 350*P11 ->

50*P11 = 2900 -> P11 = 58

59562.5 – 350*60.75 + 350*P11 = 60720 – 240*65 + 240*P11 ->

110*P11 = 6820 -> P11 = 62

Για 53 <= P11 <= 58: $maxF$ = (58-40)*400 = 7200

Για 58 <= P11 <= 62: $maxF$ = (62-40)*350 = 7700

Για 62 <= P11 <= 65: $maxF$ = (65-40)*240 = 6000 (<7700)

$\underline{t = 2, \quad z_{i,t} = 1,1,1,1}$

Για P12 = 49: f=47100, Q(t=2)=(400,200,150,150)

Για P12 = 62: f=50430, Q(t=2)=(240,210,300,150)

Λύνουμε την εξίσωση:

47100 – 400*49 + 400*P12 = 50430 – 240*62 + 240*P12 ->

160*P12 = 8050 -> P12 = 50.3125

Για P12 = 50.3125: f=47578.12, Q(t=2)=(250,200,300,150)

Λύνουμε τις εξισώσεις:

47100 – 400*49 + 400*P12 = 47578.12 – 250*50.3125 + 250*P12 ->

150*P12 = 7499.995 -> P12 = 50

47578.12 – 250*50.3125 + 250*P12 = 50430 – 240*62 + 240*P12 ->

10*P12 = 550.005 -> P12 = 55

Για 49 <= P12 <= 50: $maxF$ = (50-40)*400 = 4000

Για 50 <= P12 <= 55: $maxF$ = (55-40)*250 = 3750

Για 55 <= P12 <= 62: $maxF$ = (66-40)*240 = 5280 (>4000)

$\underline{t = 2, \quad z_{i,t} = 1,1,0,1}$

Για P12 = 49: f=47850, Q(t=2)=(400,350,0,150)

Για P12 = 62: f=51980, Q(t=2)=(240,500,0,160)

Λύνουμε την εξίσωση:

47850 – 400*49 + 400*P12 = 51980 – 240*62 + 240*P12 ->

160*P12 = 8850 -> P12 = 55.3125

Για P12 = 55.3125: f=50328.12, Q(t=2)=(250,500,0,150)

Λύνουμε τις εξισώσεις:

47850 – 400*49 + 400*P12 = 50328.12 – 250*55.3125 + 250*P12 ->

150*P12 = 8249.995 -> P12 = 55

50328.12 – 250*55.3125 + 250*P12 = 51980 – 240*62 + 240*P12 ->

10*P12 = 600.005 -> P12 = 60

Για 49 <= P12 <= 55: $maxF$ = (55-40)*400 = 6000

Για 55 <= P12 <= 60: $maxF$ = (60-40)*250 = 5000 (<6000)

Για 60 <= P12 <= 62: $maxF$ = (62-40)*240 = 5280 (<6000)

<u>$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 1, 1, 0}$</u>

Για P12 = 49: f=45600, Q(t=2)=(400,200,300,0)

Για P12 = 62: f=49680, Q(t=2)=(240,360,300,0)

Λύνουμε την εξίσωση:

45600 – 400*49 + 400*P12 = 49680 – 240*62 + 240*P12 ->

160*P12 = 8800 -> P12 = 55

Για 49 <= P12 <= 55: $maxF$ = (55-40)*400 = 6000

Για 55 <= P12 <= 62: $maxF$ = (62-40)*240 = 5280 (<6000)

<u>$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 1, 0, 0}$</u>

Για P12 = 49: f=47100, Q(t=2)=(400,500,0,0)

Για P12 = 62: f=52300, Q(t=2)=(400,500,0,0)

Λύνουμε την εξίσωση:

47100 – 400*49 + 400*P12 = 52300 – 400*62 + 400*P12 ->

0*P12 = 0 -> P12 = 0

Για 49 <= P12 <= 62: $maxF$ = (62-40)*400 = 8800

<u>$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 0, 1, 1}$</u>

Για P12 = 49: f=46600, Q(t=2)=(400,0,300,200)

Για P12 = 62: f=51500, Q(t=2)=(250,0,300,350)

Λύνουμε την εξίσωση:

46600 – 400*49 + 400*P12 = 51500 – 250*62 + 250*P12 ->

150*P12 = 9000 -> P12 = 60

Για 49 <= P12 <= 60: $maxF$ = (60-40)*400 = 8000

Για 60 <= P12 <= 66: $maxF$ = (62-40)*250 = 5500 (<8000)

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1, 1, 1, 0$

Για P13 = 57: f=52650, Q(t=3)=(400,200,250,0)

Για P13 = 68: f=56900, Q(t=3)=(240,310,300,0)

Λύνουμε την εξίσωση:

52650 – 400*57 + 400*P13 = 56900 – 240*68 + 240*P13 ->

160*P13 = 10730 -> P13 = 67.0625

Για P13 = 67.0625: f=56571.88, Q(t=3)=(350,200,300,0)

Λύνουμε τις εξισώσεις:

52650 – 400*57 + 400*P13 = 56571.88 – 350*67.0625 + 350*P13 ->

50*P13 = 3250.005 -> P13 = 65

56571,88 – 350*67,0625 + 350*P13 = 56900 – 240*68 + 240*P13 ->

110*P13 = 7479,995 -> P13 = 68

Για 57 <= P13 <= 65: $maxF$ = (65-40)*400 = 10000

Για 65 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*350 = 9800 (<10000)

Για 68 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*240 = 6720 (<10000)

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1, 1, 0, 0$

Για P13 = 57: f=53400, Q(t=3)=(400,450,0,0)

Για P13 = 68: f=57800, Q(t=3)=(350,500,0,0)

Λύνουμε την εξίσωση:

53400 – 400*57 + 400*P13 = 57800 – 350*68 + 350*P13 ->

50*P13 = 3400 -> P13 = 68

Για 57 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*400 = 11200 (=11200)

Για 68 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*350 = 9800

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1, 1, 0, 1$

Για P13 = 57: f=50900, Q(t=3)=(400,200,0,250)

Για P13 = 68: f=54300, Q(t=3)=(240,260,0,350)

Λύνουμε την εξίσωση:

50900 – 400*57 + 400*P13 = 54300 – 240*68 + 240*P13 ->

160*P13 = 9880 -> P13 = 61.75

Για P13 = 61.75: f=52425, Q(t=3)=(300,200,0,350)

Λύνουμε τις εξισώσεις:
50900 – 400*57 + 400*P13 = 52425 – 300*61.75 + 300*P13 ->
100*P13 = 5800 -> P13 = 58
52425 – 300*61.75 + 300*P13 = 54300 – 240*68 + 240*P13 ->
60*P13 = 4080 -> P13 = 68

Για 57 <= P13 <= 58: $maxF$ = (58-40)*400 = 7200
Για 58 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*300 = 8400
Για 68 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*240 = 6720 (<8400)

$\underline{\boldsymbol{t=3}, \quad \boldsymbol{z_{i,t}=1,1,1,1}}$
Για P13 = 57: f=51600, Q(t=3)=(400,200,100,150)
Για P13 = 68: f=54400, Q(t=3)=(240,200,100,310)

Λύνουμε την εξίσωση:
51600 – 400*57 + 400*P13 = 54400 – 240*68 + 240*P13 ->
160*P13 = 9280 -> P13 = 58

Για 57 <= P13 <= 58: $maxF$ = (58-40)*400 = 7200
Για 58 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*240 = 6720 (<7200)

$\underline{\boldsymbol{t=3}, \quad \boldsymbol{z_{i,t}=1,0,1,1}}$
Για P13 = 57: f=49600, Q(t=3)=(400,0,100,350)
Για P13 = 68: f=53520, Q(t=3)=(240,0,260,350)

Λύνουμε την εξίσωση:
49600 – 400*57 + 400*P13 = 53520 – 240*68 + 240*P13 ->
160*P13 = 10400 -> P13 = 65

Για 57 <= P13 <= 65: $maxF$ = (65-40)*400 = 10000
Για 65 <= P13 <= 68: $maxF$ = (68-40)*240 = 6720 (<10000)

$\underline{\boldsymbol{t=4}, \quad \boldsymbol{z_{i,t}=1,1,0,1}}$
Για P14 = 55: f=59600, Q(t=4)=(400,300,0,350)

Για P14 = 67: f=63280, Q(t=4)=(240,460,0,350)

Λύνουμε την εξίσωση:
59600 – 400*55 + 400*P14 = 63280 – 240*67 + 240*P14 ->
160*P14 = 9600 -> P14 = 60

Για 40 <= P14 <= 60: $maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 60 <= P14 <= 67: $maxF$ = (67-40)*240 = 6480 (<8000)

$\underline{\boldsymbol{t = 4, \quad z_{i,t} = 1,0,1,1}}$

Για P14 = 55: f=62300, Q(t=4)=(400,0,300,350)
Για P14 = 67: f=67100, Q(t=4)=(400,0,300,350)

Λύνουμε την εξίσωση:
62300 – 400*55 + 400*P14 = 67100 – 400*67 + 400*P14 ->
0*P14 = 0 -> P14 = 0

Για 55 <= P14 <= 67: $maxF$ = (67-40)*400 = 10800

$\underline{\boldsymbol{t = 4, \quad z_{i,t} = 1,1,1,0}}$

Για P14 = 55: f=62350, Q(t=4)=(400,500,150,0)
Για P14 = 67: f=67150, Q(t=4)=(400,500,150,0)

Για 55 <= P14 <= 67: $maxF$ = (67-40)*400 = 10800

$\underline{\boldsymbol{t = 4, \quad z_{i,t} = 1,1,1,1}}$

Για P14 = 55: f=60500, Q(t=4)=(400,200,100,350)
Για P14 = 67: f=64180, Q(t=4)=(240,360,100,350)

Λύνουμε την εξίσωση:
60500 – 400*55 + 400*P14 = 64180 – 240*67 + 240*P14 ->
160*P14 = 9600 -> P14 = 60

Για 55 <= P14 <= 60: $maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 60 <= P14 <= 67: $maxF$ = (67-40)*240 = 6480 (<8000)

7.3 Ανάλυση των καταστάσεων λειτουργίας που μπορούν να καλύψουν τη ζήτηση κάθε περιόδου (*smp*), όπως προέκυψαν από τον αλγόριθμο εύρεσής τους (ενότητα 4.4)

<u>$\boldsymbol{t = 1}$, $\boldsymbol{z_{i,t} = 1, 1, 1, 0}$</u>

Για 40 <= P11 <= 58: Q(t=1)=(400,300,300,0), SMP1 = 58
$maxF$ = (58-40)*400 = 7200

Για 58 <= P11 <= 100: Q(t=1)=(240,460,300,0), SMP1 = 58
$maxF$ = (58-40)*240 = 4320 (<7200)

<u>$\boldsymbol{t = 1}$, $\boldsymbol{z_{i,t} = 1, 0, 1, 1}$</u>

Για 40 <= P11 <= 54: Q(t=1)=(400,0,300,300), SMP1 = 62
$maxF$ = (62-40)*400 = 8800

Για 54 <= P11 <= 62: Q(t=1)=(400,0,300,300), SMP1 = 62
$maxF$ = (62-40)*400 = 8800

Για 62 <= P11 <= 100: Q(t=1)=(350,0,300,350), SMP1 = P11
F = (P11-40)*350, $maxF$ = 21000 (>8800)

<u>$\boldsymbol{t = 1}$, $\boldsymbol{z_{i,t} = 1, 1, 1, 1}$</u>

Για 40 <= P11 <= 54: Q(t=1)=(400,200,250,150), SMP1 = 54
$maxF$ = (54-40)*400 = 5600

Για 54 <= P11 <= 58: Q(t=1)=(350,200,300,150), SMP1 = P11
F = (P11-40)*350, $maxF$ = 6300 (>5600)

Για 58 <= P11 <= 62: Q(t=1)=(240,310,300,150), SMP1 = 58
$maxF$ = (58-40)*240 = 4320 (<6300)

Για 62 <= P11 <= 100: Q(t=1)=(240,310,300,150), SMP1 = 58
$maxF$ = (58-40)*240 = 4320 (<6300)

<u>$\boldsymbol{t = 1}$, $\boldsymbol{z_{i,t} = 1, 1, 0, 1}$</u>

Για 40 <= P11 <= 58: Q(t=1)=(400,450,0,150), SMP1 = 58
$maxF$ = (58-40)*400 = 7200

Για 58 <= P11 <= 62: Q(t=1)=(350,500,0,150), SMP1 = P11
F = (P11-40)*350, $maxF$ = 7700 (>7200)

Για 62 <= P11 <= 100: Q(t=1)=(240,500,0,260), SMP1 = 62
$maxF$ = (62-40)*240 = 5280 (<7700)

<u>$\boldsymbol{t = 2}$, $\boldsymbol{z_{i,t} = 1, 1, 1, 1}$</u>

Για 40 <= P12 <= 50: (t=2)=(400,200,150,150), SMP2 = 50
$maxF$ = (50-40)*400 = 4000

Για 50 <= P12 <= 55: Q(t=2)=(250,200,300,150), SMP2 = P12
F = (P12-40)*250, $maxF$ = 3750 (<4000)
Για 55 <= P12 <= 60: Q(t=2)=(240,210,300,150), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*240 = 3600 (<4000)
Για 60 <= P12 <= 100: Q(t=2)=(240,210,300,150), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*240 = 3600 (<4000)

$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 1, 0, 1}$

Για 40 <= P12 <= 55: Q(t=2)=(400,350,0,150), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*400 = 6000
Για 55 <= P12 <= 60: Q(t=2)=(250,500,0,150), SMP2 = P12
F = (P12-40)*250, $maxF$ = 5000 (<6000)
Για 60 <= P12 <= 100: Q(t=2)=(240,500,0,160), SMP2 = 60
$maxF$ = (60-40)*240 = 4800 (<6000)

$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 1, 1, 0}$

Για 40 <= P12 <= 50: Q(t=2)=(400,200,300,0), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*400 = 6000
Για 50 <= P12 <= 55: Q(t=2)=(400,200,300,0), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*400 = 6000
Για 55 <= P12 <= 100: Q(t=2)=(240,360,300,0), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*240 = 3600 (<6000)

$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 1, 0, 0}$

Για 40 <= P12 <= 55: Q(t=2)=(400,500,0,0), SMP2 = 55
$maxF$ = (55-40)*400 = 6000
Για 55 <= P12 <= 100: Q(t=2)=(400,500,0,0), SMP2 = P12
F = (P12-40)*400, $maxF$ = 24000 (>6000)

$\boldsymbol{t = 2, \quad z_{i,t} = 1, 0, 1, 1}$

Για 40 <= P12 <= 50: Q(t=2)=(400,0,300,200), SMP2 = 60
$maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 50 <= P12 <= 60: Q(t=2)=(400,0,300,200), SMP2 = 60
$maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 60 <= P12 <= 100: Q(t=2)=(250,0,300,350), SMP2 = P12
F = (P12-40)*250, $maxF$ = 15000 (>8000)

$\boldsymbol{t = 3, \quad z_{i,t} = 1, 1, 1, 0}$

Για 40 <= P13 <= 65: Q(t=3)=(400,200,250,0), SMP3 = 65
$maxF$ = (65-40)*400 = 10000

Για 65 <= P13 <= 68: Q(t=3)=(350,200,300,0), SMP3 = P13
F = (P13-40)*350, $maxF$ = 9800 (<10000)

Για 68 <= P13 <= 100: Q(t=3)=(240,310,300,0), SMP3 = 68
$maxF$ = (68-40)*240 = 6720 (<10000)

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1,1,0,0$

Για 40 <= P13 <= 68: Q(t=3)=(400,450,0,0), SMP3 = 68
$maxF$ = (68-40)*400 = 11200

Για 68 <= P13 <= 100: Q(t=3)=(350,500,0,0), SMP3 = P13
F = (P13-40)*350, $maxF$ = 21000 (>11200)

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1,1,0,1$

Για 40 <= P13 <= 58: Q(t=3)=(400,200,0,250), SMP3 = 58
$maxF$ = (58-40)*400 = 7200

Για 58 <= P13 <= 68: Q(t=3)=(300,200,0,350), SMP3 = P13
F = (P13-40)*300, $maxF$ = 8400 (>7200)

Για 68 <= P13 <= 100: Q(t=3)=(240,260,0,350), SMP3 = 68
$maxF$ = (68-40)*240 = 6720 (<8400)

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1,1,1,1$

Για 40 <= P13 <= 58: Q(t=3)=(400,200,100,150), SMP3 = 58
$maxF$ = (58-40)*400 = 7200

Για 58 <= P13 <= 65: Q(t=3)=(240,200,100,310), SMP3 = 58
$maxF$ = (58-40)*240, = 4320 (<7200)

Για 65 <= P13 <= 68: Q(t=3)=(240,200,100,310), SMP3 = 58
$maxF$ = (58-40)*240, = 4320 (<7200)

Για 68 <= P13 <= 100: Q(t=3)=(240,200,100,310), SMP3 = 58
$maxF$ = (58-40)*240, = 4320 (<7200)

$t = 3, \quad z_{i,t} = 1,0,1,1$

Για 40 <= P13 <= 58: Q(t=3)=(400,0,100,350), SMP3 = 65
$maxF$ = (65-40)*400 = 10000

Για 58 <= P13 <= 65: Q(t=3)=(400,0,100,350), SMP3 = 65
$maxF$ = (65-40)*400 = 10000

Για 65 <= P13 <= 100: Q(t=3)=(240,0,260,350), SMP3 = 65
$maxF$ = (65-40)*240 = 6000 (<10000)

$t = 4, \quad z_{i,t} = 1,1,0,1$

Για 40 <= P14 <= 56: Q(t=4)=(400,300,0,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*400 = 8000

Για 56 <= P14 <= 60: Q(t=4)=(400,300,0,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 60 <= P14 <= 100: Q(t=4)=(240,460,0,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*240, = 4800 (<8000)

$\underline{\boldsymbol{t = 4, \quad z_{i,t} = 1, 0, 1, 1}}$

Για 40 <= P14 <= 56: Q(t=4)=(400,0,300,350), SMP4 = 69
profit = (69-40)*400 = 11600
Για 56 <= P14 <= 69: Q(t=4)=(400,0,300,350), SMP4 = 69
$maxF$ = (69-40)*400 = 11600
Για 69 <= P14 <= 100: Q(t=4)=(400,0,300,350), SMP4 = P14
F = (P14-40)*400, $maxF$ = 24000 (>11600)

$\underline{\boldsymbol{t = 4, \quad z_{i,t} = 1, 1, 1, 0}}$

Για 40 <= P14 <= 60: Q(t=4)=(400,500,150,0), SMP4 = 69
$maxF$ = (69-40)*400 = 11600
Για 60 <= P14 <= 69: Q(t=4)=(400,500,150,0), SMP4 = 69
$maxF$ = (69-40)*400 = 11600
Για 69 <= P14 <= 100: Q(t=4)=(250,500,300,0), SMP4 = P14
F = (P14-40)*250, $maxF$ = 15000 (>11600)

$\underline{\boldsymbol{t = 4, \quad z_{i,t} = 1, 1, 1, 1}}$

Για 40 <= P14 <= 56: Q(t=4)=(400,200,100,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 56 <= P14 <= 60: Q(t=4)=(400,200,100,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*400 = 8000
Για 60 <= P14 <= 69: Q(t=4)=(240,360,100,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*240 = 4800 (<8000)
Για 69 <= P14 <= 100: Q(t=4)=(240,360,100,350), SMP4 = 60
$maxF$ = (60-40)*240 = 4800 (<8000)

8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Dempe S. Annotated bibliography on bilevel programming and mathematical programs with equilibrium constraints. Optimization 2010; 52(3): 333–359.

[2] García-Martos C, Rodríguez, J and Sánchez MJ. Mixed models for short-run forecasting of electricity prices: application for the Spanish market. IEEE Trans. Power Syst. 2007; 22(2): 544-552.

[3] Ragupathi R, & Das T K. A stochastic game approach for modeling wholesale energy bidding in deregulated power markets. IEEE Trans. Power Syst. 2004; 19(2): 849-856.

[4] Weber JD, Overbye TJ. An individual welfare maximization algorithm for electricity markets. IEEE Trans. Power Syst. 2002; 17: 590–596.

[5] Gountis VP, Bakirtzis AG. Bidding strategies for electricity producers in a competitive electricity marketplace. IEEE Trans. Power Syst. 2004; 19: 356–365.

[6] Fampa M, Barroso LA, Candal D, Simonetti L. Bilevel optimization applied to strategic pricing in competitive electricity markets. Comput. Optim. Appl. 2008; 39: 121–142.

[7] Pereira MV, Granville S, Fampa MHC, Dix R, Barroso LA. Strategic bidding under uncertainty: a binary expansion approach. IEEE Trans. Power Syst. 2005; 20: 180–188.

[8] Barroso LA, Carneiro RD, Granville S, Pereira MV, Fampa MHC. Nash equilibrium in strategic bidding: a binary expansion approach. IEEE Trans. Power Syst. 2006; 21: 629–638.

[9] Bakirtzis AG, Ziogos NP, Tellidou AC, Bakirtzis GA. Electricity producer offering strategies in day-ahead energy market with step-wise offers. IEEE Trans. Power Syst. 2007; 22: 1804–1818.

[10] Ruiz C, Conejo AJ. Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices. IEEE Trans. Power Syst. 2009; 24: 1855–1866.

[11] Li T, Shahidehpour M, Keyhani A. Market power analysis in electricity markets using supply function equilibrium model. IMA J. Manage. Math. 2004; 15: 339–354.

[12] Hu X, Ralph D. Using EPECs to model bilevel games in restructured electricity markets with locational prices. Oper. Res. 2007; 55: 809–827.

[13] Hobbs BF, Metzler CB, Metzler J-S. Strategic gaming analysis for electric power systems: an MPEC approach. IEEE Trans. Power Syst. 2000; 15: 638–645.

[14] Li T, Shahidehpour M. Strategic bidding of transmission-constrained GENCOs with incomplete information. IEEE Trans. Power Syst. 2005; 20: 437–447.

[15] Ma Y, Jiang C, Hou Z, Wang C. The formulation of the optimal strategies for the electricity producers based on the particle swarm optimization algorithm. IEEE Trans. Power Syst. 2006; 21: 1663–1671.

[16] Zhang G, Zhang G, Gao Y, Lu J. A bilevel optimization model and a PSO-based algorithm in day-ahead electricity markets. In: IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics; 2009; San Antonio TX, USA. p. 611–616.

[17] Badri A, Jadid S, Rashidinejad M, Moghaddamc MP. Optimal bidding strategies in oligopoly markets considering bilateral contracts and transmission constraints. Electr. Power Syst. Res. 2008; 78: 1089–1098.

[18] Vahidinasab V, Jadid S. Multiobjective environmental/techno-economic approach for strategic bidding in energy markets. Appl. Energy 2009; 86: 496–504.

[19] Gabriel SA, Leuthold FU. Solving discretely-constrained MPEC problems with applications in electric power markets. Energy Econ. 2010; 32: 3–14.

[20] Bard JF. Practical bilevel optimization. Kluwer, Boston, MA, USA; 1998.

[21] Candler W, Norton R. Multi-level programming and development policy. World Bank, Bank Staff Working Paper No. 258, 1977.

[22] Dempe S. Foundations of bilevel programming. New York (NY): Kluwer Academic; 2002.

[23] Kozanidis G, Kostarelou E, Andrianesis P, Liberopoulos G. Mixed integer parametric bilevel programming for optimal strategic bidding of energy producers in day-ahead electricity markets with indivisibilities. *Optimization* 2013;62(8):1045-1068.

[24] Geoffrion AM, Nauss R. Parametric and postoptimality analysis in integer linear programming. Manage. Sci. 1977; 23: 453–466.

[25] Andrianesis P, Liberopoulos G, Kozanidis G, Papalexopoulos A. Recovery mechanisms in day-ahead electricity markets with non-convexities – part I: design and evaluation methodology. IEEE Trans. Power Syst. 2012; 28: 960–968.

[26] Andrianesis P, Liberopoulos G, Kozanidis G, Papalexopoulos A. Recovery mechanisms in day-ahead electricity markets with non-convexities – part II: implementation and numerical evaluation. IEEE Trans. Power Syst. 2012; 28: 969–977.

[27] Zhang G, Zhang G, Gao Y, Lu J. Competitive strategic bidding optimization in electricity markets using bilevel programming and swarm technique. IEEE Trans. Ind. Electron. 2011; 58: 2138–2146.

[28] Foroud AA, Amirahmadi M, Bahmanzadeh M, Abdoos AA. Optimal bidding strategy for all market players in a wholesale power market considering demand response programs. Eur.Trans. Electr. Power 2011; 21: 293–311.

[29] Moore JT, Bard JF. The mixed integer linear bilevel programming problem. Oper. Res. 1990; 38: 911–921.

[30] Andrianesis P, Biskas P, Liberopoulos G. An overview of Greece’s wholesale electricity market with emphasis on ancillary services. Electr. Power Syst. Res. 2011; 81: 1631–1642.

[31] Zhao F, Luh PB, Yan JH, Stern GA, Chang SC. Bid cost minimization versus payment cost minimization: a game theoretic study of electricity auctions. IEEE Trans. Power Syst. 2010; 25: 181–194.

[32] O’Neill RP, Sotkiewicz PM, Hobbs BF, Rothkopf MH, Stewart WR, Jr. Efficient marketclearing prices in markets with nonconvexities. Eur. J. Oper. Res. 2005; 164: 269–285.

[33] LINGO 13.0, User’s guide, Chicago, IL: LINDO Systems, Inc; 2016. Available from: http:// www.lindo.com/.